Aufgaben mechanische Wellen

591. Eine ebene Welle hat die Amplitude 10 cm, die Geschwindigkeit 60 cm/s und die Wellenlänge 6 cm. Stellen Sie die Wellengleichung für den Zustand der Welle 5 s nach Beginn der ersten Schwingung auf. Zeichen Sie für diesen Zeitpunkt das Momentbild der Welle für zwei Wellenzüge.

335. Eine Welle schreitet mit einer Geschwindigkeit von 2,5 ms^{-1} längs der x-Achse eines Koordinatensystems fort. Der Erreger schwingt harmonisch mit der Frequenz 50 Hz und der Amplitude 2 cm.

a) Zeichnen Sie die Welle zu der Zeit 0,05 s.

b) Zeichnen Sie das y-t-Diagramm der Schwingung des Teilchens in 3,75 cm Abstand vom Erreger.

c) Welcher grundlegende Unterschied besteht zwischen den Kurven in a) und b)?

Lösungen
591.

geg.:	$\hat{y}=10\,cm$ $v=60\,\frac{cm}{s}$ $\lambda=6\,cm$ $t=5\,s$	ges.:	

Lösung:

Die allgemeine Wellengleichung lautet:

$$y=\hat{y}\cdot\sin\left(2\pi\cdot\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)\right)$$

Die Schwingungsdauer muss berechnet werden:

$$c=\lambda\cdot f$$

$$f=\frac{c}{\lambda}$$

$$T=\frac{\lambda}{c}$$

$$T=0{,}1s$$

Und eingesetzt:

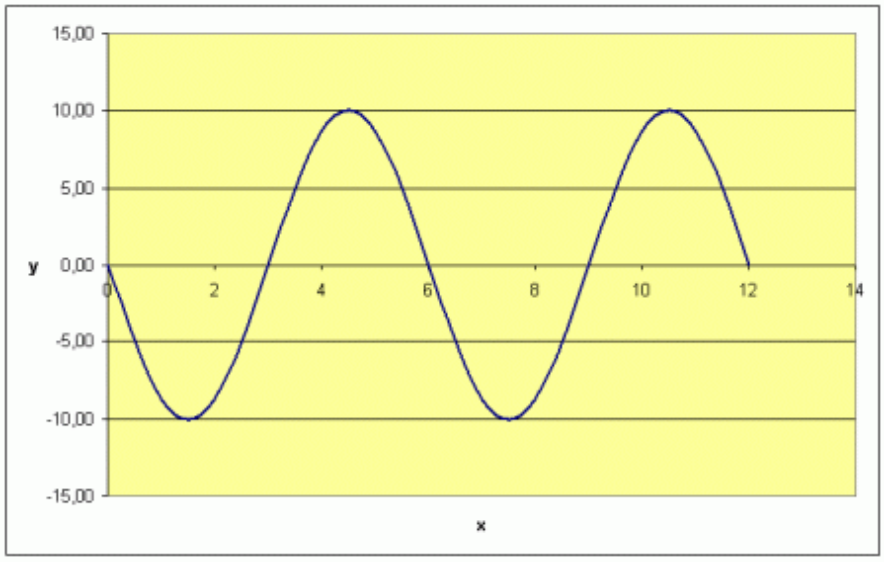
$$y=10\,cm\cdot\sin\left(2\pi\cdot\left(\frac{5\,s}{0{,}1s}-\frac{x}{6\,cm}\right)\right)$$

$$y=10\,cm\cdot\sin\left(100\,\pi-\frac{2\pi\cdot x}{6\,cm}\right)$$

$$y=10\,cm\cdot\left(\sin 100\,\pi\cdot\cos\frac{2\pi\cdot x}{6\,cm}-\cos 100\,\pi\cdot\sin\frac{2\pi\cdot x}{6\,cm}\right)$$

$$y=10\,cm\cdot\left(0\cdot\cos\frac{2\pi\cdot x}{6\,cm}-1\cdot\sin\frac{2\pi\cdot x}{6\,cm}\right)$$

$$y=-10\,cm\cdot\sin\frac{2\pi\cdot x}{6\,cm}$$



335.

geg.:	$c = 2{,}5\,\frac{m}{s}$ $f = 50\,Hz$ $\hat{y} = 2\,cm$ $t = 0{,}05\,s$ $x = 3{,}75\,cm$	ges.:	

Lösung:

a) Es soll das y-x-Diagramm gezeichnet werden, also ein Bild vieler Schwinger zum Zeitpunkt 0,05 s.

Die allgemeine Gleichung für eine Welle lautet:

$$y = \hat{y} \cdot \sin\left(2\pi \cdot \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)\right)$$

Aus den gegeben Größen lässt sich die Wellenlänge berechnen:

$$\lambda = \frac{c}{f}$$

$$\lambda = 0{,}05\,m$$

Damit wird die Wellengleichung für die Zeit t hergeleitet:

$$y = \hat{y} \cdot \sin\left(2\pi \cdot \left(\frac{0{,}05\,s}{\frac{1}{50\,s}} - \frac{x}{0{,}05\,m}\right)\right)$$

$$y = \hat{y} \cdot \sin\left(2\pi \cdot \left(2{,}5 - \frac{x}{0{,}05\,m}\right)\right)$$

$$y = \hat{y} \cdot \sin\left(5 \cdot \pi - 2 \cdot \pi \cdot \frac{x}{0{,}05\,m}\right)$$

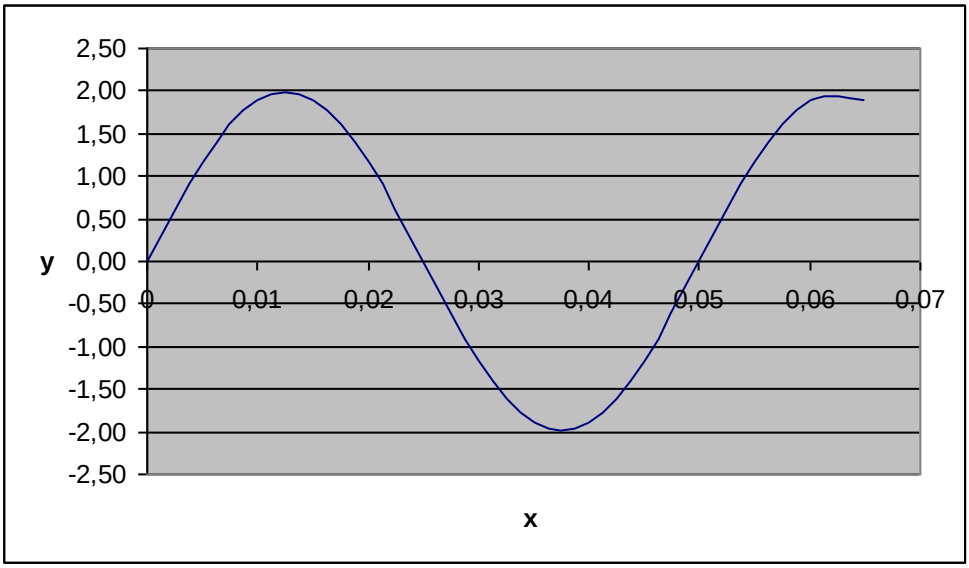
$$y = \hat{y} \cdot \left(\sin(5\pi) \cdot \cos\left(2\pi \frac{x}{0{,}05\,m}\right) - \cos(5\pi) \cdot \sin\left(2\pi \frac{x}{0{,}05\,m}\right)\right)$$

$$y = \hat{y} \cdot \left(0 \cdot \cos\left(2\pi \frac{x}{0{,}05\,m}\right) - (-1) \cdot \sin\left(2\pi \frac{x}{0{,}05\,m}\right)\right)$$

$$y = \hat{y} \cdot \sin\left(2\pi \frac{x}{0{,}05\,m}\right)$$

$$y = 2\,cm \cdot \sin\left(2\pi \frac{x}{0{,}05\,m}\right)$$

Diese Gleichung muss grafisch dargestellt werden. Da eine Welle 0,05 m lang ist, empfiehlt es sich, z.B. einen Bereich von 0 bis 0,05 cm in Schritten zu 0,005 cm zu berechnen.



b) Es ist die Wellengleichung für ein Teilchen in einem Abstand von 3,75 cm vom Erregerzentrum aufzustellen.

$$y = \hat{y} \cdot \sin\left(2\pi \cdot \left(\frac{t}{\frac{1}{50\,s}} - \frac{3{,}75\,cm}{0{,}05\,m}\right)\right)$$

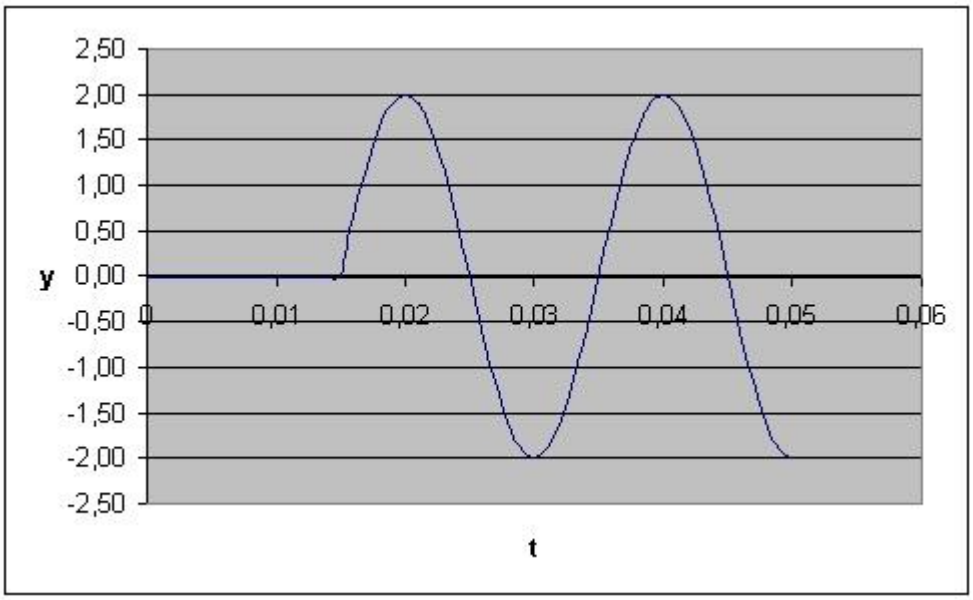
$$y = \hat{y} \cdot \sin\left(2\pi \cdot \left(\frac{t}{0{,}02\,s} - 0{,}75\right)\right)$$

$$y = \hat{y} \cdot \sin\left(2\pi \cdot \frac{t}{0{,}02\,s} - 2\pi \cdot 0{,}75\right)$$

$$y = \hat{y} \cdot \sin 2\pi \frac{t}{0{,}02\,s} \cos 2\pi \cdot 0{,}75 - \cos 2\pi \frac{t}{0{,}02\,s} \sin 2\pi \cdot 0{,}75$$

$$y = \hat{y} \cdot \cos 2\pi \cdot \frac{t}{0{,}02\,s}$$

Da ein Schwinger in 0,02 s eine vollständige Schwingung durchführt, kann man das Zeitintervall von 0 s bis 0,02 s in Schritten von 0,001 s berechnen. Der Schwinger befindet sich aber in 3,75 cm Entfernung vom Erreger. Das heißt, er fängt erst 0,015 s nach der ersten Erregung mit Schwingen an. Damit muss das Zeitintervall erweitert werden und bis zur ersten Anregung nach 0,015 s ist die Elongation 0.

c) a = Momentanbild der Welle
b = zeitliches Abbild einer Schwingung