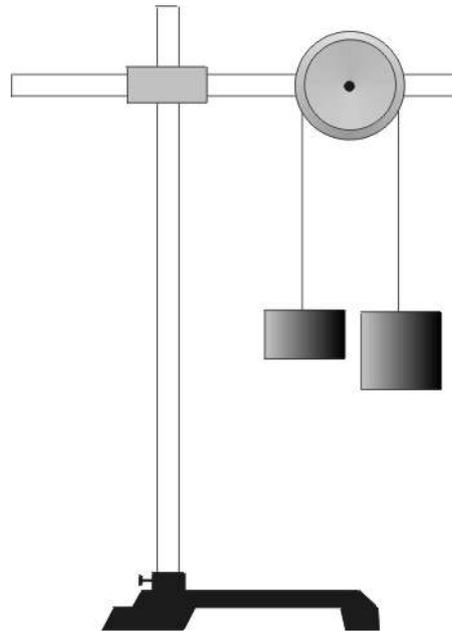


## Aufgaben zu den Newtonsche Gesetzen

1. Zwei Massen von  $m_1 = 8 \text{ kg}$  und  $m_2 = 12 \text{ kg}$  hängen an den Enden eines Seils, das über eine feste Rolle mit vernachlässigbarer Masse geführt ist.

- Wie groß ist die Beschleunigung des als reibungsfrei angenommenen Systems?
- Wie groß ist die Seilspannung (das ist die im Seil herrschende Kraft)?



2. Die Zugkraft einer Lokomotive beträgt  $180 \text{ kN}$ , ihre Masse  $200 \text{ t}$ . Der Zug besteht aus  $10$  Wagen mit je  $40 \text{ t}$  Masse.

- Wie groß ist beim Anfahren die Beschleunigung?
- Welche Geschwindigkeit hat der Zug nach einer Minute erreicht, wenn er aus dem Stillstand heraus beschleunigt?
- Welche Geschwindigkeit erreicht der Zug, wenn  
\* an ihn zusätzlich  $20$  Wagen mit  $40 \text{ t}$  Masse angekoppelt werden?  
\* er mit  $2$  Lokomotiven gezogen wird und  $20$  Wagen hat?
- Welche Geschwindigkeit besitzt die Lokomotive nach  $0,5$  Minuten, wenn sie ohne Wagen fährt?
- Wie groß ist die Geschwindigkeit von zwei miteinander gekoppelten Lokomotiven ohne Wagen nach  $0,5$  Minuten?

3. Ein Wagen von  $1000 \text{ kg}$  Masse soll auf einer Straße bei  $15^\circ$  Neigung mit konstanter Geschwindigkeit nach oben gezogen werden.

- Wie groß ist die Kraft?
- Der Wagen wird auf der abschüssigen Straße abgestellt. Welche Kraft müssen die Bremsen aufbringen, damit er nicht hinunter rollt?
- Der Wagen wird nun mit einer Beschleunigung von  $1,0 \text{ m/s}^2$  bergauf gezogen. Welche Kraft ist dafür notwendig?
- Der Berg hat eine Länge von  $20 \text{ m}$ . Welche Geschwindigkeit hat der Wagen auf dem Gipfel, wenn er am Fuß stand und mit  $1,0 \text{ m/s}^2$  Beschleunigung gleichmäßig beschleunigt nach oben bewegt wird?

4. Ein Sack aus schlechtem Material ist mit Kartoffeln gefüllt. Warum zerreißt er, wenn man ihn rasch hochhebt, nicht aber, wenn man ihn langsam anhebt?

5. Der Motor eines Fahrzeuges der Masse  $1100 \text{ kg}$  erzeugt kontinuierlich eine Kraft von  $8 \text{ kN}$ .  $32 \%$  der aufgewendeten Kraft können zur Beschleunigung des Fahrzeuges verwendet werden. Welche Geschwindigkeit (in  $\text{km/h}$ ) erreicht das Fahrzeug in  $10$  Sekunden, wenn es aus dem Stand heraus beschleunigt?

## Lösungen

1.

geg.:	$m_1 = 8 \text{ kg}$ $m_2 = 12 \text{ kg}$	ges.:	$a, F_s$
Lösung:	<p>Wie groß ist die Kraft, die zur Beschleunigung beiträgt? Auf das Seil wirkt die Gewichtskraft beider Massen in entgegengesetzte Richtung, also <math>F_1 = F_2 - F_1</math> <math>F_1 = g \cdot (m_2 - m_1)</math> Wenn beide Massen gleich sind, wäre die Beschleunigung 0, das Seil bewegt sich nicht. Die beschleunigende Kraft führt zur Beschleunigung beider Massen, die gesamte träge Masse setzt sich der Bewegung entgegen. Um die beiden Massen mit <math>a</math> zu beschleunigen, ist eine Kraft <math>F_2</math> notwendig: <math>F_2 = a \cdot (m_2 + m_1)</math> Die zur Verfügung stehende Kraft ist aber gerade <math>F_1</math>, also <math>F_1 = F_2</math> <math>g \cdot (m_2 - m_1) = a \cdot (m_2 + m_1)</math> <math>a = \frac{g \cdot (m_2 - m_1)}{(m_2 + m_1)}</math> <math>a = 1,96 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}</math> Seilkraft: Wenn die Masse <math>m_2 = 12 \text{ kg}</math> allein am Seil hängt, würde sie mit der Beschleunigung <math>g</math> nach unten fallen und auf das Seil wirkt keine Kraft. Auf das Massestück wirkt nur die Gewichtskraft nach unten. Durch die Masse <math>m_1 = 8 \text{ kg}</math> wirkt aber zusätzlich eine bremsende Kraft nach oben, <math>m_2</math> fällt also mit einer kleineren Beschleunigung nach unten. Diese bremsende Kraft ist die Seilkraft. Es gilt also für die resultierende Kraft auf <math>m_2</math>: <math>F_{r2} = F_{G2} - F_s</math> <math>m_2 \cdot a = F_{G2} - F_s</math> <math>F_s = F_{G2} - m_2 \cdot a</math> <math>F_s = 94,2 \text{ N}</math> Wenn an beiden Enden <math>12 \text{ kg}</math> hängen würden, wäre die Seilkraft genau <math>F_{G2}</math>, also die Gewichtskraft des <math>12 \text{ kg}</math>-Massestücks.</p>		
Antwort:	Die Beschleunigung beträgt $1,96 \text{ m/s}^2$ , die Seilkraft $94,2 \text{ N}$ .		

## 2.

geg.:	$F_L = 180 \cdot 10^3 \text{ N}$ $m_L = 200 \cdot 10^3 \text{ kg}$ $m_W = 40 \cdot 10^3 \text{ kg}$	ges.:	a) a
Lösung:	<p>a)</p> $F = m \cdot a$ $a = \frac{F}{m}$ $a = \frac{180 \cdot 10^3 \text{ N}}{200 \cdot 10^3 \text{ kg} + 10 \cdot 40 \cdot 10^3 \text{ kg}}$ $a = 0,3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ <p>b)</p> $v = a \cdot t$ $v = 0,3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 60 \text{ s}$ $v = 18 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ $v = 64,8 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ <p>c) Der Rechenweg ist wie in a) und b)  * mit 20 zusätzlichen Wagen: <math>0,13 \text{ m/s}^2</math> und <math>7,8 \text{ m/s}</math>  * mit 2 Lokomotiven und 20 Wagen: <math>0,3 \text{ m/s}^2</math> und <math>18 \text{ m/s}</math></p> <p>d)</p> $v = a \cdot t$ $v = \frac{F \cdot t}{m}$ $v = \frac{180 \cdot 10^3 \text{ N} \cdot 30 \text{ s}}{200 \cdot 10^3 \text{ kg}}$ $v = 27 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ $v = 97,2 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ <p>e) Es ist egal, ob eine Lok allein fährt oder zwei gekoppelt sind. Die Geschwindigkeit ändert sich nicht.</p>		
Antwort:	<p>a) Die Beschleunigung beträgt <math>0,3 \text{ m/s}^2</math>.</p> <p>b) Nach einer Minute hat der Zug eine Geschwindigkeit von <math>65 \text{ km/h}</math>.</p> <p>c) * mit 20 zusätzlichen Wagen: <math>0,13 \text{ m/s}^2</math>  * mit 2 Lokomotiven und 20 Wagen: <math>0,36 \text{ m/s}^2</math></p> <p>d) Nach 0,5 Minuten hat eine einzelne Lok eine Geschwindigkeit von <math>97,2 \text{ km/h}</math>.</p> <p>e) Zwei gekoppelte Loks haben die gleiche Geschwindigkeit wie eine einzelne Lok, als auch <math>97,2 \text{ km/h}</math>.</p>		

### 3.

geg.:	$m=1000\text{ kg}$ $\alpha=15^\circ$ $a=1\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$	ges.:	a) $F_1$ b) $F_2$ c) $F_3$ d) $v$
Lösung:	<p>a) Da der Wagen mit konstanter Geschwindigkeit gezogen werden soll, muss die Kraft, die ihn nach oben zieht genau so groß sein wie die Kraft, die ihn nach unten zieht (Trägheitsgesetz). Die nach unten ziehende Kraft ist die Hangabtriebskraft <math>F_H</math></p> $F_1 = F_H$ $F_1 = m \cdot g \cdot \sin \alpha$ $F_1 = 2539\text{ N}$ <p>b) Der Wagen soll die Geschwindigkeit = 0 haben. Nach dem Trägheitsgesetz muss der dazu wieder kräftefrei sein. Nach unten wirkt die Hangabtriebskraft, die Bremsen müssen eine gleich große Kraft aufbringen.</p> $F_2 = 2539\text{ N}$ <p>c) Zusätzlich zu der Kraft aus Aufgabe a) muss jetzt noch eine beschleunigende Kraft wirken.</p> $F_3 = F_H + F_b$ $F_3 = m \cdot g \cdot \sin \alpha + m \cdot a$ $F_3 = m \cdot (g \cdot \sin \alpha + a)$ $F_3 = 3539\text{ N}$ <p>d) Es ist eine gleichmäßig beschleunigte Bewegung (<math>F = \text{konst.}</math>) mit der Anfangsgeschwindigkeit 0 und dem Anfangsweg 0, also</p> $v = a \cdot t$ $v = a \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot s}{a}}, \text{ da } s = \frac{a}{2} \cdot t^2$ $v = 6,3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ $v = 22,8 \frac{\text{km}}{\text{h}}$		
Antwort:	<p>a) Um den Wagen mit konstanter Geschwindigkeit nach oben zu ziehen, ist eine Kraft von 2539 N notwendig.</p> <p>b) Damit der Wagen am Abhang stehen bleiben kann, muss eine Bremskraft von 2539 N wirken.</p> <p>c) Damit der Wagen den Abhang mit einer Beschleunigung von <math>1\text{ m/s}^2</math> hochfahren kann, muss eine Kraft von 3539 N wirken.</p> <p>d) Der Wagen hat auf dem Gipfel eine Geschwindigkeit von 22,8 km/h.</p>		

4. Kraft benötigt eine gewisse Zeit, bis sie sich in einem Körper ausbreitet (Starrheit eines Körpers). Wird der Sack schnell angehoben, dann erreicht die Kraft nicht den unteren Teil des Sackes und er will auf Grund seiner Trägheit in Ruhe bleiben.

5.

geg.:	$m=1100\text{kg}$ $F=8\text{kN}$ $\eta=0,32$ $t=10\text{s}$	ges.:	v
Lösung:	Da die Kraft kontinuierlich wirkt, ist die Bewegung gleichmäßig beschleunigt. Für die Endgeschwindigkeit gilt, wenn aus dem Stand beschleunigt wird: $v=a \cdot t$ Die Beschleunigung ergibt sich aus dem Newtonschen Grundgesetz. Für die Kraft setzt man 2,56 kN ein, nämlich die 32% der Gesamtkraft: $F=m \cdot a$ $a=\frac{F}{m}$ $a=\frac{2,56 \cdot 10^3 \text{ N}}{1,1 \cdot 10^3 \text{ kg}}$ $a=2,33 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ Damit errechnet sich die Endgeschwindigkeit: $v=2,33 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 10 \text{ s}$ $v=23,3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ $v=83,8 \frac{\text{km}}{\text{h}}$		
Antwort:	Die Geschwindigkeit beträgt nach 10 s rund 84 km/h.		