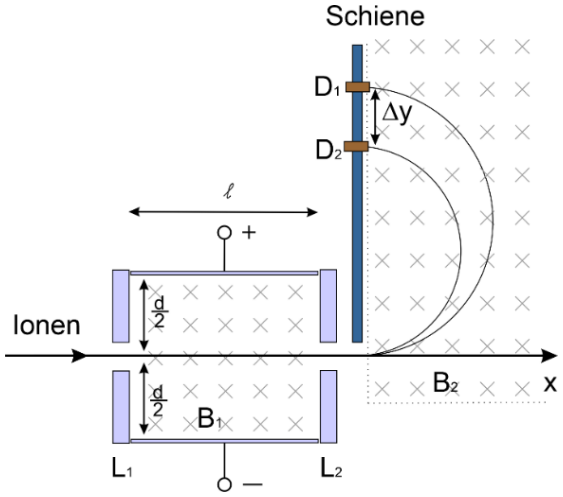
**Ladungen in elektrischen und magnetischen Feldern.**

**550.** (LK Bayern 2000)
Ein Gemisch aus einfach positiv geladenen Kohlenstoff Ionen 12C+ und 14C+ tritt durch eine Lochblende L1 in einen Plattenkondensator mit dem Plattenabstand d=2,0 cm und der Länge $\ell = 4{,}0\,\text{cm}$ ein. Die gesamte Anordnung befindet sich im Vakuum. Das Magnetfeld mit der Flussdichte $B_1$ ist **zunächst** abgeschaltet; an den Platten liegt die Spannung U.




**a)** Skizzieren Sie die Bahnen zweier Ionen unterschiedlicher Masse, aber gleicher Geschwindigkeit zwischen $L_1$ und $L_2$. Begründen Sie, welche Bahn welchem Isotop zuzuordnen ist.
**b)** Die Ionen treten mit einer Mindestgeschwindigkeit $1{,}5 \cdot 10^5$ m/s in den Kondensator ein. Zeigen sie rechnerisch, dass die Spannung am Kondensator höchstens 700 V sein darf, damit die Ionen nicht auf die Kondensatorplatten treffen.
Geben Sie die dabei maximal auftretende Erhöhung der kinetischen Energie in eV an.

Am Kondensator liegt nun die Spannung U=700 V an. Die Flussdichte B1 soll so eingestellt werden, dass alle Ionen mit der Geschwindigkeit $v_0 = 2{,}5 \cdot 10^5$ m/s den Kondensator unabgelenkt durchqueren.

**c)** Berechnen Sie $B_1$ und begründen Sie, dass Ionen beider Kohlenstoffisotope den Kondensator durch die Blende $L_2$ verlassen.

Das Magnetfeld rechts von $L_2$ hat die Flussdichte $B_2$=0,14 T. Die Teilchen, die den Kondensator verlassen, durchlaufen zwei Halbkreise.

**d)** Zeigen Sie, dass für den Abstand $\Delta y$ der beiden Punkte, an denen die Ionen das Magnetfeld wieder verlassen, gilt:

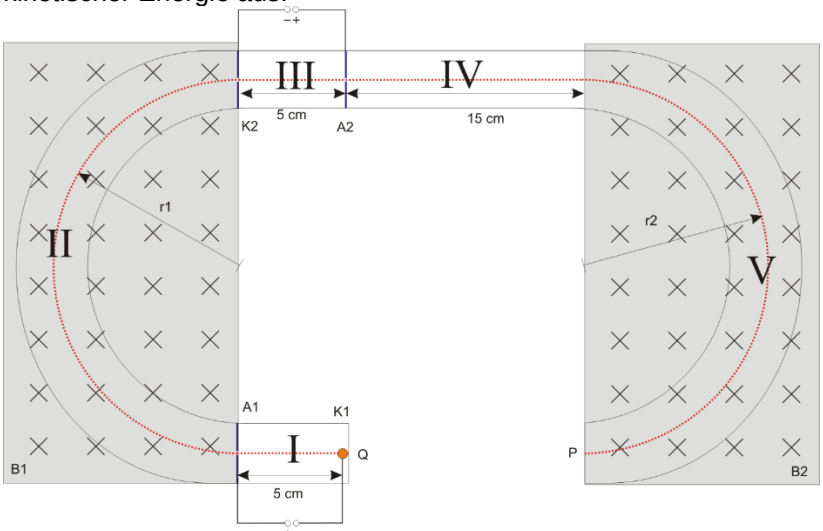
$$\Delta y = \frac{2 \cdot \left(m_{C14} - m_{C12}\right) \cdot v_0}{e \cdot B_2}$$

Die Flussdichte $B_2$ wird nun variiert, alle anderen Größen bleiben unverändert. Die Ionen sollen durch zwei verschiebbare Detektoren $D_1$ und $D_2$ registriert werden, die einen Mindestabstand von 1,5 cm haben. Die äußere Position von $D_1$ ist 60 cm von der x-Achse entfernt.

**e)** Berechnen Sie, zwischen welchen Werten die Flussdichte $B_2$ liegen muss, damit beide Isotope gleichzeitig gezählt werden können.

**536.** (LK Sachsen-Anhalt 1996)

Bei einem Experiment sendet eine Elektronenquelle im Punkt Q Elektronen mit vernachlässigbarer kinetischer Energie aus.




Die Elektronen durchlaufen bei ihrer Bewegung in einem evakuierten Glasgefäß vom Punkt Q zum Punkt P

- zwei homogene elektrische Felder in den Raumgebieten I und III,
- zwei homogene magnetische Felder in den Raumgebieten II und V mit einem Krümmungsradius von jeweils 10 cm.
- das feldfreie Raumgebiet IV

Die magnetischen Felder stehen dabei senkrecht zur Bewegungsrichtung der Elektronen.
Die Elektronen werden im Raumgebiet I mit einer Spannung von 500 V beschleunigt. Beim Passieren der Kathode K2 wird eine weitere Spannung von 500 V zwischen Kathode k2 und Anode A2 zugeschaltet.

**a)** Geben Sie die jeweilige Bewegungsart für die einzelnen Raumgebiete an und begründen Sie Ihre Aussagen.

**b)** Zeigen Sie mit Hilfe einer energetischen Betrachtung, dass für die Endgeschwindigkeit der Elektronen im Punkt P die Beziehung

$$v_P = \sqrt{\frac{2 \cdot (U_1 + U_2) \cdot e}{m_e}}$$

gilt.

**c)** Berechnen Sie die Dauer der Bewegung der Elektronen vom Punkt Q bis zum Punkt P.

**d)** Zeigen Sie, dass für die magnetischen Flussdichten $B_1$ und $B_2$ die Beziehung

$$\frac{B_1}{B_2} = \frac{v_{II}}{v_V}$$

gilt.

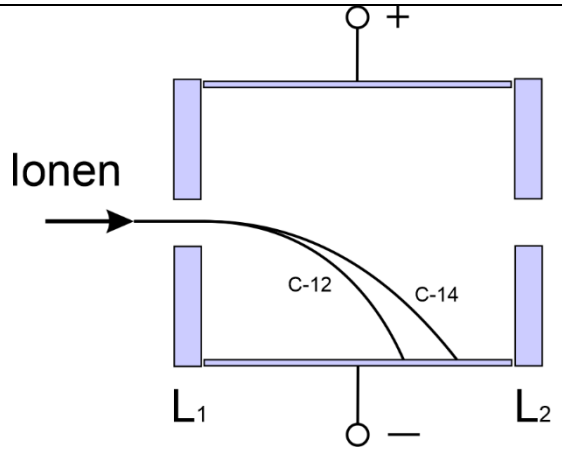
Berechnen Sie $B_1$ und $B_2$.

**e)** Auf dem gleichen Wege und in jedem Raumgebiet auch mit der gleichen Beschleunigung bzw. Geschwindigkeit sollen – wie zuvor Elektronen – nun Protonen die Versuchsanordnung durchlaufen.

Geben Sie an, in welcher Weise Änderungen der Spannungen und der Felder vorgenommen werden müssen, damit das möglich ist.

**Lösungen**

**550.**
**a)** Die beiden Kohlenstoffisotope fliegen mit gleicher Geschwindigkeit in x-Richtung in den Kondensator hinein. Da in dieser Richtung keine Kraft wirkt, bleibt diese Geschwindigkeitskomponente konstant. Gleichzeitig wirkt eine konstante Kraft nach unten, das die Ionen positiv geladen sind. Beide Ionen tragen die gleiche einfache Ladung, so dass die Kraft auf beide gleich groß ist.
Da das C-14-Ion aber schwerer als das C-12-Ion ist, ist es demnach auch träger und wird nicht so stark nach unten abgelenkt. Damit kann es aber weiter fliege, die Bahn des C-14-Ions ist flacher.




**b)** Wenn die beiden Ionentypen mit gleicher Geschwindigkeit in den Kondensator hineinfliegen, müssen nur die C-12-Ionen untersucht werden. Sie haben ja eine steilere Flugbahn.

Die Bewegung nach unten ist durch die konstante Kraft eine gleichmäßig beschleunigte Bewegung. Der dabei zurückgelegte Weg wird allgemein mit

$$s = \frac{a}{2} \cdot t^2$$

berechnet.
Der Weg s ist vorgegeben und entspricht dem halben Plattenabstand. Auch die Zeit ist bekannt. Es ist die Zeit, die den Ionen zum Durchfliegen des gesamten Kondensators bleibt. Während dieser Zeit dürfen sie nicht so weit nach unten abgelenkt werden, dass sie auf die untere Platte treffen.
Die Zeit erhält man aus dem Weg in x-Richtung und der Geschwindigkeit der Ionen. Diese Bewegung ist durch die fehlende Kraft gleichförmig und es gilt einfach

$$v = \frac{\ell}{t}$$

$$t = \frac{\ell}{v}$$

Die Gleichung für die Ablenkung nach unten kann man dann so schreiben

$$\frac{d}{2} = \frac{a}{2} \cdot \frac{\ell^2}{v^2}$$

$$d = a \cdot \frac{\ell^2}{v^2}$$

Über die Beschleunigung hat man noch keine Aussage. Da die Kraft, die die Beschleunigung hervorruft, aber konstant ist, gilt das Newtonsche Grundgesetz:

$$F = m \cdot a$$

$$a = \frac{F}{m}$$

Die Masse ist für das C-12-Isotop bekannt; sie beträgt 12u (u: atomare Masseneinheit). Die Kraft wird durch das elektrische Feld des Plattenkondensators hervorgerufen. Es gilt

$$E = \frac{F}{Q}$$

$$\frac{U}{d} = \frac{F}{Q}$$

$$F = \frac{U}{d} \cdot Q$$

Da die Ionen nur einfach geladen sind, kann die Ladung durch die Elementarladung ausgedrückt werden:

$$F = \frac{U}{d} \cdot e$$

Die Beschleunigung ist nun

$$a = \frac{U}{d \cdot m} \cdot e$$

und die Ablenkung nach unten

$$d = \frac{U}{d \cdot m} \cdot e \cdot \frac{\ell^2}{v^2}$$

Die Spannung ist gesucht und nach der wird jetzt umgestellt:

$$U = \frac{d^2 \cdot m \cdot v^2}{e \cdot \ell^2}$$

Es ist alles bekannt und die Spannung kann berechnet werden:

$$U = \frac{\left(2{,}0 \cdot 10^{-2}\,\mathrm{m}\right)^2 \cdot 12 \cdot 1{,}66 \cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg} \cdot \left(1{,}5 \cdot 10^5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2}{1{,}6 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C} \cdot \left(4{,}0 \cdot 10^{-2}\,\mathrm{m}\right)^2}$$

$$U = 700\,\mathrm{V}$$

Die Ionen sind beim Auftreffen auf der Kondensatorplatte durch den halben Plattenabstand geflogen. Damit sind sie aber nur von der halben Kondensatorspannung beschleunigt worden und haben einen Energiezuwachs von maximal 350 eV erfahren.

**c)** Die Ionen durchfliegen den Kondensator auf geradem Wege, wenn die nach unten ziehende Kraft durch eine nach oben gerichtete Kraft ausgeglichen wird.
Die Kraft nach oben wird durch die Lorentzkraft aufgebracht, die durch das Magnetfeld $B_1$ entsteht.
Sind die Kraft des elektrischen Feldes und des magnetischen Feldes gleich groß, verlassen die Ionen den Kondensator durch die Blende $L_2$.
Es muss gelten:

$$F_{el} = F_{mag}$$

$$e \cdot E = e \cdot v \cdot B$$

Da im Kondensator ein homogenes elektrisches Feld ist, kann man schreiben:

$$e \cdot \frac{U}{d} = e \cdot v \cdot B$$

$$\frac{U}{d} = v \cdot B$$

$$B = \frac{U}{d \cdot v}$$

Wie man sieht, spielt die Masse der Ionen keine Rolle.

$$B = \frac{700\,V}{2{,}0\cdot 10^{-2}\,m \cdot 2{,}5\cdot 10^{5}\,\frac{m}{s}}$$

$$B = 0{,}14\,T$$

**d)**
Auf die Ionen wirkt nun nur noch die Lorentzkraft durch das Magnetfeld $B_2$. Da dir Lorentzkraft immer senkrecht zur Bewegungsrichtung wirkt, werden die Ionen auf eine Kreisbahn gezwungen.

Wie im Bild zu sehen, unterscheiden sich die beiden Bahnen für die Ionen in ihrem Radius. Es wird also zuerst eine Aussage über den Radius der Bahn gemacht.
Die Lorentzkraft wirkt als Radialkraft:

$$F_r = F_L$$

$$\frac{m\cdot v^2}{r} = e\cdot v_0 \cdot B_2$$

$$r = \frac{m\cdot v_0}{e\cdot B_2}$$

Wie man sieht, fliegen die schweren Ionen auf einem größeren Radius.
Die beiden Kurven unterscheiden sich am oberen Auftreffpunkt um die Differenz der beiden Durchmesser:

$$\Delta y = d_{C-14} - d_{C-12}$$

Da der Durchmesser der doppelte Radius ist, kann man auch schreiben

$$\Delta y = 2\cdot r_{C-14} - 2\cdot r_{C-12}$$

Für den Radius wurde die Gleichung schon hergeleitet.

$$\Delta y = 2\cdot\frac{m_{C-14}\cdot v_0}{e\cdot B_2} - 2\cdot\frac{m_{C-12}\cdot v_0}{e\cdot B_2}$$

Die beiden Thermen unterscheiden sich nur in den Massen, so dass der Rest ausgeklammert werden kann:

$$\Delta y = \frac{2\cdot v_0}{e\cdot B_2}\left(m_{C-14} - m_{C-12}\right)$$

Genau das ist die Beziehung, die hergeleitet werden sollte.

**e)**
Wie man in der soeben hergeleiteten Gleichung sehen kann, hängt der Abstand der Detektoren von der Flussdichte $B_2$ ab. Je kleiner die Flussdichte wird, umso größer wird der Abstand der Detektoren.
Nun soll laut Aufgabenstellung der Abstand nicht kleiner als 1,5 cm werden. Damit erhält man für den Abstand von 1,5 cm den größten möglichen Wert der Flussdichte $B_2$.
Der Unterschied der beiden Isotopenmassen beträgt 2 atomare Masseneinheiten.

$$\Delta y = \frac{2\cdot v_0}{e\cdot B_2}\left(m_{C-14} - m_{C-12}\right)$$

$$B_{2max} = \frac{2\cdot v_0}{e\cdot \Delta y}2\cdot u$$

$$B_{2max} = \frac{2\cdot 2{,}5\cdot 10^{5}\,\frac{m}{s}}{1{,}6\cdot 10^{-19}\,C\cdot 1{,}5\cdot 10^{-2}\,m}\cdot 2\cdot 1{,}66\cdot 10^{-27}\,kg$$

$$B_{2max} = 0{,}69\,T$$

Die zweite Bedingung ist ein maximaler Durchmesser der Bahn des C-14-Isotops von 60 cm. Dafür verwendet man die Gleichung, die den Zusammenhang zwischen dem Radius einer Bahn und der Flussdichte beschreibt:

$$r = \frac{m \cdot v_0}{e \cdot B_2}$$

Wie man sieht, wird der Radius immer größer, je kleiner die magnetische Flussdichte wird. Man berechnet also die kleinste mögliche Flussdichte, bei der der Radius der Bahn 30 cm ist.

$$B_2\,min = \frac{m \cdot v_0}{e \cdot r}$$

$$B_2\,min = \frac{14 \cdot u \cdot v_0}{e \cdot r_{max}}$$

$$B_2\,min = \frac{14 \cdot 1{,}66 \cdot 10^{-27}\,kg \cdot 2{,}5 \cdot 10^{5}\,\frac{m}{s}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}\,C \cdot 30 \cdot 10^{-2}\,m}$$

$$B_2\,min = 0{,}12\,T$$

Die Flussdichte kann zwischen 0,12 T und 0,69 T liegen.

**a)**

| Raumgebiete | Bewegung | Begründung |
|---|---|---|
| **I und III** | geradlinig gleichmäßig beschleunigt | Auf die Elektronen wirkt in Bewegungsrichtung eine konstante Kraft. |
| **II und V** | gleichförmige Kreisbewegung | Auf die Elektronen wird senkrecht zu ihrer Bewegungsrichtung die Lorentzkraft. Der Betrag der Geschwindigkeit bleibt gleich, die Richtung ändert sich ständig. |
| **IV** | geradlinig gleichförmig | Auf die Elektronen wirkt keine Kraft. |

**b)** Die Elektronen werden auf ihrem Weg zwei Mal von Betrag der Geschwindigkeit her schneller: im Bereich I und im Bereich III.
In beiden Fällen erhalten sie aus der Energie des elektrischen Feldes kinetische Energie. Dabei addieren sich die kinetischen Energien. Die gesamte kinetische Energie ist also

$$E_{kin} = E_{kin1} + E_{kin2}$$

Der Energiezuwachs aus dem elektrischen Feld ist

$$E_{el} = E_{kin}$$

$$e \cdot U = \frac{m_e}{2} \cdot v^2$$

Die Geschwindigkeit nach einer Beschleunigung in einem homogenen Feld ist dann allgemein

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot e \cdot U}{m_e}}$$

Damit ist die kinetische Energie nach den beiden Beschleunigungsstrecken:

$$E_{kin} = e \cdot U_1 + e \cdot U_2$$

$$E_{kin} = e \cdot (U_1 + U_2)$$

Damit kann die Endgeschwindigkeit angegeben werden:

$$\frac{m_e}{2}\cdot v_P^2 = e\cdot\left(U_1+U_2\right)$$

$$v_P = \sqrt{\frac{2\cdot e\cdot\left(U_1+U_2\right)}{m_e}}$$

**c)** Für die gesamte Dauer der Bewegung muss man für jeden Teilbereich die Zeit berechnen und die dann addieren.

**Bereich I:**

Bekannt ist für diesen Bereich die Strecke und dass es eine gleichmäßig beschleunigte Bewegung ist. Weiterhin weiß man, dass das Elektron mit 500 V beschleunigt wird. Damit kann man die Endgeschwindigkeit angeben.

Die Strecke und die Zeit hängen bei einer gleichmäßig beschleunigten Bewegung über

$$s = \frac{a}{2}\cdot t^2$$

zusammen. Da die Geschwindigkeitsänderung bekannt ist, kann man die in der Gleichung unbekannte Beschleunigung ersetzen:

$$a = \frac{\Delta v}{t}$$

Die Bewegung beginnt mit der Geschwindigkeit 0, so dass in diesem Fall die Geschwindigkeitsänderung der Endgeschwindigkeit beträgt:

$$a = \frac{v}{t}$$

Die Beschleunigung kann in die Weg-Zeit-Gleichung eingesetzt werden:

$$s = \frac{v}{2\cdot t}\cdot t^2$$

$$s = \frac{v\cdot t}{2}$$

$$t_1 = \frac{2\cdot s_1}{v_1}$$

Die Geschwindigkeit erhält man über die Gleichung

$$v_1 = \sqrt{\frac{2\cdot U_1\cdot e}{m_3}}$$

die ja in der vorherigen Lösung hergeleitet wurde. Damit kann die Zeit berechnet werden:

$$t_1 = \frac{2\cdot s_1}{\sqrt{\frac{2\cdot U_1\cdot e}{m_3}}}$$

$$t_1 = \frac{2\cdot 5\cdot 10^{-2}\,\mathrm{m}}{\sqrt{\frac{2\cdot 500\,\mathrm{V}\cdot 1{,}602\cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}}{9{,}11\cdot 10^{-31}\,\mathrm{kg}}}}$$

$$t_1 = 7{,}54\cdot 10^{-9}\,\mathrm{m}$$

$$t_1 = 7{,}54\,\mathrm{nm}$$

Damit hätten wir die erste Zeit.

**Bereich II**

In diesem Bereich fliegen die Elektronen auf einer Kreisbahn mit konstanter Geschwindigkeit. Es gibt ja keine Kraft, die in Bewegungsrichtung wirkt und sie schneller oder langsamer werden lässt. Als einzige Kraft greift die Lorentzkraft durch das Magnetfeld an, und die wirkt ja immer senkrecht zur Bewegungsrichtung.

Also fliegen die Elektronen mit der für das erste Gebiet angegebenen Endgeschwindigkeit weiter.
Für eine Bewegung mit konstanter Geschwindigkeit gilt

$$v = \frac{s}{t}$$

$$t_2 = \frac{s}{v}$$

Der Weg ist ein halber Kreisumfang mit einem Radius von 0,1 m

$$s = \frac{u}{2}$$

$$s_2 = \frac{2 \cdot \pi \cdot r_1}{2}$$

$$s_2 = \pi \cdot r_1$$

Damit kann die Zeit berechnet werden:

$$t_2 = \frac{\pi \cdot r_1}{\sqrt{\frac{2 \cdot U_1 \cdot e}{m_e}}}$$

Das kann man jetzt ausrechnen. Man kann aber auch erkennen, dass der Radius doppelt so groß ist wie die Beschleunigungsstrecke $s_1$.

$$r_1 = 2 \cdot s_1$$

Damit erhält man für $t_2$:

$$t_2 = \frac{\pi \cdot 2 \cdot s_1}{\sqrt{\frac{2 \cdot U_1 \cdot e}{m_e}}}$$

$$t_2 = \pi \cdot \frac{2 \cdot s_1}{\sqrt{\frac{2 \cdot U_1 \cdot e}{m_e}}}$$

Der zweite Faktor entspricht genau der Zeit zum Durchfliegen von Bereich I. Damit ist

$$t_2 = \pi \cdot t_1$$

$$t_2 = \pi \cdot 7{,}54\,\text{ns}$$

$$t_2 = 23{,}69\,\text{ns}$$

**Bereich III**

Das Elektron kommt mit einer Anfangsgeschwindigkeit in den Bereich hinein und wird durch die anliegende Spannung weiter beschleunigt. Eine solche Bewegung wird durch

$$s = \frac{a}{2} \cdot t^2 + v_0 \cdot t$$

beschrieben.
Die Anfangsgeschwindigkeit und der Weg sind bekannt. Die Zeit ist die gesuchte Größe. Fehlt noch die Beschleunigung.
Die ist aber definiert mit Geschwindigkeitsänderung je Zeit.
das Elektron kommt mit der Geschwindigkeit $v_1$ in die Beschleunigungsstrecke rein und fliegt mit der Endgeschwindigkeit $v_p$ wieder heraus.
Die Geschwindigkeit beim Herausfliegen ist $v_p$, weil ja danach keine weitere Beschleunigung erfolgt.
Damit gilt

$$a = \frac{\Delta v}{t}$$

$$a = \frac{v_p - v_1}{t_3}$$

Die Weggleichung sieht dann so aus:

$$s_3 = \frac{v_p - v_1}{2t_3} \cdot t_3^2 + v_1 \cdot t_3$$

$$s_3 = \frac{v_p - v_1}{2} \cdot t_3 + v_1 \cdot t_3$$

$$s_3 = t_3 \cdot \left( \frac{v_p - v_1}{2} + v_1 \right)$$

$$s_3 = t_3 \cdot \left( \frac{v_p - v_1}{2} + \frac{2v_1}{2} \right)$$

$$s_3 = t_3 \cdot \left( \frac{v_p + v_1}{2} \right)$$

und nach der gesuchten Zeit umgestellt:

$$t_3 = \frac{2 \cdot s_3}{v_p + v_1}$$

Der Weg ist bekannt. Und über die Geschwindigkeiten lassen sich ebenfalls Aussagen machen. Die Endgeschwindigkeit $v_p$ taucht ja schon in der Aufgabenstellung auf. Die Geschwindigkeit $v_1$ lässt sich mit der zu Beginn hergeleiteten Gleichung berechnen. Für die gesuchte Zeit erhält man nun

$$t_3 = \frac{2 \cdot s_3}{\sqrt{\frac{2 \cdot e \cdot (U_1 + U_2)}{m_e}} + \sqrt{\frac{2 \cdot U_1 \cdot e}{m_3}}}$$

Wer will, kann jetzt rechnen:

$$t_3 = \frac{2 \cdot 5 \cdot 10^{-2}\,\mathrm{m}}{18{,}8 \cdot 10^6 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} + 13{,}3 \cdot 10^6 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}$$

$$t_3 = 3{,}12\,\mathrm{ns}$$

Die Gleichung lässt sich aber noch weiter vereinfachen. Da die beiden Beschleunigungsspannungen gleich sind, ergibt sich

$$t_3 = \frac{2 \cdot s_3}{\sqrt{\frac{4 \cdot U \cdot e}{m_e}} + \sqrt{\frac{2 \cdot U \cdot e}{m_e}}}$$

$$t_3 = \frac{2 \cdot s_3}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot U \cdot e}{m_e}} + \sqrt{\frac{2 \cdot U \cdot e}{m_e}}}$$

$$t_3 = \frac{2 \cdot s_3}{\sqrt{\frac{2 \cdot U \cdot e}{m_e}} \cdot \left( \sqrt{2} + 1 \right)}$$

Da ja die Wege $s_3$ und $s_1$ auch gleich sind, und

$$t_1 = \frac{2 \cdot s_1}{\sqrt{\frac{2 \cdot U_1 \cdot e}{m_3}}}$$

erhält man

$$t_3 = \frac{1}{1+\sqrt{2}} \cdot t_1$$

$$t_3 = 0,41 \cdot 7,54\,\text{ns}$$

$$t_3 = 3,12\,\text{ns}$$

**Bereich IV**

In diesem Bereich fliegen die Elektronen ohne weiteren Krafteinfluss von außen einfach weiter, also geradlinig gleichförmig und es gilt

$$t_4 = \frac{s_4}{v_P}$$

Für die Geschwindigkeit ist die Gleichung bekannt.

$$t_4 = \frac{s_4}{\sqrt{\frac{4 \cdot U \cdot e}{m_e}}}$$

$$t_4 = \frac{0,15\,\text{m}}{\sqrt{\frac{4 \cdot 500\,\text{V} \cdot e}{m_e}}}$$

$$t_4 = 8,0\,\text{ns}$$

**Bereich V**

Das entspricht dem Bereich II, nur das jetzt die Geschwindigkeit $v_P$ verwendet werden muss. Man erhält hier eine Zeit von 16,75ns.

Zum Schluss werden alle Zeiten addiert. Das Elektron benötigt vom Spart im Punkt Q bis zum Ende im Punkt P 59,10 ns.

**d)**

In den beiden Bereichen mit den Magnetfeldern wirkt auf die Elektronen senkrecht zu ihrer Bewegungsrichtung die Lorentzkraft. Damit ist sie eine Radialkraft und zwingt die Elektronen auf die Kreisbahn.
Als Formel lässt sich der Zusammenhang so beschreiben, dass die Lorentzkraft der Radialkraft gleich gesetzt wird:

$$F_L = F_r$$

$$e \cdot v \cdot B = \frac{m_e \cdot v^2}{r}$$

$$e \cdot B = \frac{m_e \cdot v}{r}$$

In der Aufgabenstellung ist das Verhältnis der Flussdichten und der Geschwindigkeiten gefragt. Also wird die Gleichung so umgestellt, dass das Verhältnis auf einer Seite steht.

$$\frac{B}{v} = \frac{m_e \cdot e}{r}$$

Auf der rechten Seite stehen drei Größen, die für die beiden Bereiche gleich groß sind. Deshalb ist für jede der beiden Kurven die rechte Seite der Gleichung auch identisch. Man kann also auch die linken Seiten für beide Kurven gleichsetzten:

$$\frac{B_1}{v_2} = \frac{B_2}{v_5}$$

Noch schnell umgestellt und das gewünscht Verhältnis steht da.

$$\frac{B_1}{B_2} = \frac{v_2}{v_5}$$

Zur Berechnung der Flussdichten wird die Gleichung, in der die Kräfte gleichgesetzt werden, nach B umgestellt.

$$B = \frac{m_e \cdot v}{r \cdot e}$$

Für die Geschwindigkeiten werden die bekannten Gleichungen von oben eingesetzt:

$$B_1 = \frac{m_e \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot U \cdot e}{m_e}}}{r_1 \cdot e}$$

Wer will, kann das noch vereinfachen oder man rechnet einfach los. Für die Flussdichte in der ersten Kurve erhält man 0,754 mT und in der zweiten Kurve 1,066 mT.

**e)**

Ein Proton hat im Vergleich zum Elektron zwei wesentliche Unterschiede. Es hat die entgegengesetzte Ladung und es ist 1836-mal schwerer.

Die entgegengesetzte Ladung erfordert eine Umpolung der beiden beschleunigenden Spannungen. Weiterhin müssen die Richtungen der Magnetfelder umgekehrt werden, damit das Proton auf der Bahn bleibt.

Durch die deutlich größere Masse sind Protonen viel träger als Elektronen. Das heißt, jegliche Bewegungsänderungen erfordern eine viel größere Kraft.

Das beginnt schon beim Start. Um auf die gleiche Geschwindigkeit wie die Elektronen zu kommen, ist eine höhere Spannung notwendig. In der oben hergeleiteten Gleichung für die Geschwindigkeit eines geladenen Teilchens nach einer Beschleunigung durch eine Spannung stehen die Spannung über dem Bruchstrich und die Masse des Teilchens unter dem Bruchstrich. Wenn also die Teilchen um den Faktor 1836 massereicher sind, muss die Spannung um den gleichen Faktor größer werden.
Es müssen in beiden Beschleunigungsstrecken die Spannungen auf 918 kV erhöht werden.

Bei der magnetischen Flussdichte verhält es sich genauso. Die Flussdichten müssen um den Faktor 1836 erhöht werden, um die dicken Dinger um die Kurve zu bringen.