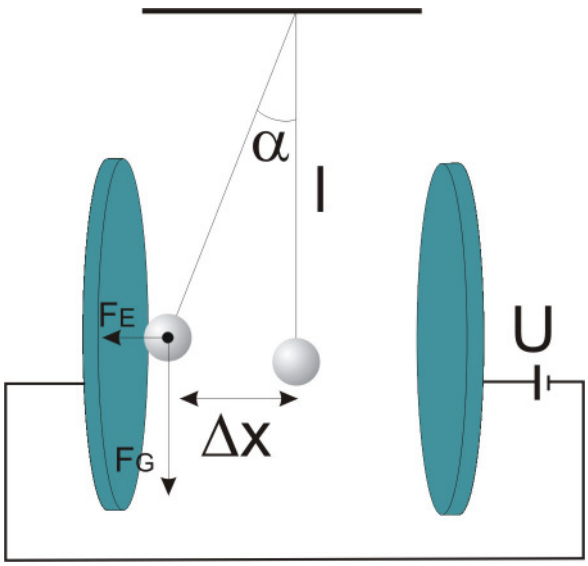
Aufgaben Kondensator

357.
Zwei kreisförmige Metallplatten mit dem Radius 30 cm, die parallel im Abstand von 10 cm angeordnet sind, bilden einen Plattenkondensator. In der Mitte zwischen den Platten hängt an einem dünnen isolierten Faden von 1,2 m Länge eine kleine, geladene Metallkugel. Die Kugel hat eine Masse von 0,25 g.
a) Berechnen Sie die Kapazität des Kondensators.

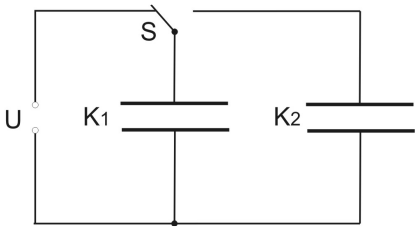


An den Kondensator wird nun eine Spannung von 2,0 kV angelegt, recht Plus und links Minus.
Die Kugel lenkt es darauf hin horizontal um
$\Delta x = 4{,}0\,\text{cm}$
aus. Influenzeffekte sollen nicht berücksichtigt werden und das Feld im Kondensator kann als homogen betrachtet werden.
b) Ermitteln Sie den Auslenkwinkel Alpha und berechnen Sie mithilfe der Gewichtskraft die elektrische Kraft FE auf die Metallkugel.
(zur Kontrolle: $F_E = 8{,}2 \cdot 10^{-5}\,\text{N}$)
c) Wie groß ist die Feldstärke des homogenen elektrischen Feldes zwischen den Kondensatorplatten? Welche Ladung trägt die Metallkugel?
d) Begründen Sie, wie sich die Auslenkung der Kugel ändert, wenn bei konstanter Spannung der ursprüngliche Plattenabstand vergrößert wird.
e) Nun wird der Faden durchgetrennt. Beschreiben Sie qualitativ die Bewegung der Metallkugel innerhalb des Kondensators und begründen Sie ihre Antwort.

356. Die Unterseite einer Gewitterwolke befindet sich zunächst 4,50 km über dem Erdboden. Wolke und Erdboden werden als Plattenkondensator mit der Plattenfläche 90,0 km^2, der Dielektrizitätszahl $\varepsilon_{rel} = 1$ und der Ladung Q aufgefasst. Die elektrische Feldstärke beträgt 1,30.10^5 N/C, so dass die Entladung durch einen Blitz unmittelbar bevorsteht.

a) Geben Sie die Kapazität dieses Kondensators, den Betrag der elektrischen Spannung zwischen Wolke und Erdboden und die Ladung Q an.
b) Untersuchen Sie, ob die im elektrischen Feld gespeicherte Energie ausreicht, eine Glühlampe mit einer Leistung von 100 W ein Jahr lang zu betreiben. Geben Sie an wie viele Tage man die Lampe betreiben könnte.

345. Der Kondensator K1 ist über den Schalter S an eine Spannungsquelle mit 800 V angeschlossen. Seine kreisförmigen Platten haben einen Radius von 15 cm und sind im Abstand von 1,9 cm zueinander angeordnet.
a) Berechnen Sie für den Kondensator K_1 die Kapazität.
b) Zur Bestimmung der Kapazität des Kondensators K_2 wird dieser durch Umlegen des Schalters S an die Platten von K_1 angeschlossen.
Dabei sinkt die Spannung zwischen den Platten von K1 von 800 V auf 200 V.
Welche Kapazität hat der Kondensator K2?



Lösungen
357.

geg.:	$r = 0{,}30\,m$ $d = 0{,}1\,m$ $l = 1{,}2\,m$ $\Delta x = 0{,}04\,m$ $m = 2{,}5 \cdot 10^{-4}\,kg$ $U = 2{,}0 \cdot 10^{3}\,V$	ges.:	C

Lösungen:

a) Die Kapazität eines Plattenkondensators berechnet sich mit

$$C = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot \frac{A}{d}$$

Die Fläche der Platten kann mit

$$A = \pi \cdot r^2$$

bestimmt werden.

$$C = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot \frac{\pi \cdot r^2}{d}$$

$$C = 8{,}8542 \cdot 10^{-12}\,A \cdot s \cdot V^{-1} \cdot m^{-1} \cdot \frac{\pi \cdot (0{,}30\,m)^2}{0{,}1m}$$

$$C = 25{,}0 \cdot 10^{-12}\,F$$

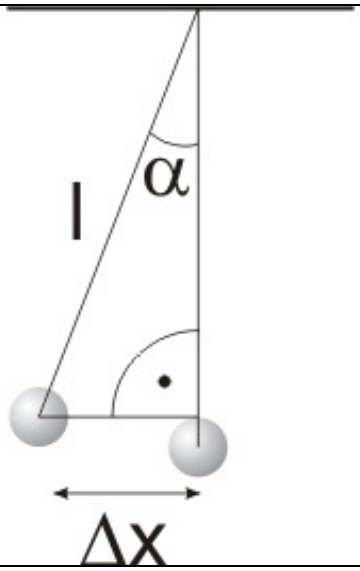
$$C = 25{,}0\,pF$$

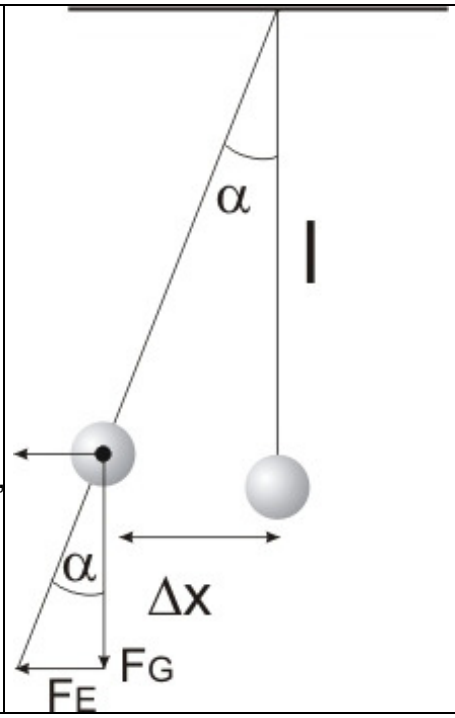
b) Der Auslenkwinkel lässt sich über das rechtwinklige Dreieck berechnen. Es gilt:

$$\sin\alpha = \frac{\Delta x}{l}$$

$$\sin\alpha = \frac{0{,}040\,m}{1{,}2\,m}$$

$$\alpha = 1{,}91°$$



	Der eben berechnete Winkel taucht in dem Kräfteparallelogramm noch mal auf. Damit lässt sich die gesuchte Kraft des elektrischen Feldes berechnen. $\tan\alpha = \frac{F_E}{F_G}$ $F_E = \tan\alpha \cdot F_G$ $F_E = \tan\alpha \cdot m \cdot g$ $F_E = \tan 1{,}91° \cdot 2{,}5 \cdot 10^{-4}\,\text{kg} \cdot 9,$ $F_E = 8{,}18 \cdot 10^{-5}\,\text{N}$	
	c) Da das Feld im Kondensator weitgehend homogen ist, kann die Feldstärke einfach mit $E = \frac{U}{d}$ berechnen: $E = \frac{2{,}0 \cdot 10^3\,\text{V}}{0{,}1\text{m}}$ $E = 20 \cdot 10^3\,\frac{\text{V}}{\text{m}}$ $E = 20\,\frac{\text{kV}}{\text{m}}$ Damit kann nun die Ladung der Metallkugel bestimmt werden: $E = \frac{F_E}{Q}$ $Q = \frac{F_E}{E}$ $Q = \frac{8{,}18 \cdot 10^{-5}\,\text{N}}{20 \cdot 10^3\,\frac{\text{V}}{\text{m}}}$ $Q = 4{,}09 \cdot 10^{-9}\,\text{C}$	
Antwort:	Der Kondensator hat eine Kapazität von 25,0 pF. Die Kugel wird um 1,91° ausgelenkt. Die dazu notwendige Kraft des elektrischen Feldes ist $8{,}18 \cdot 10^{-5}\,\text{N}$ groß. Die Feldstärke im Kondensator beträgt 20 kV/m und auf der Kugel befindet sich eine Ladung von 4,09 nC.	

d) Die Auslenkung der Kugel hängt von der elektrischen und der Gewichtskraft ab. Die Gewichtskraft bleibt konstant, so dass nur die elektrische Kraft betrachtet werden muss. Die elektrische Kraft ist nach

$$F_E = Q \cdot E$$

von der Ladung der Kugel und der elektrischen Feldstärke direkt abhängig. Die Ladung der Kugel soll sich nicht ändern, so dass nur die Feldstärke eine Rolle spielt.
Die Feldstärke ist

$$E = \frac{U}{d}$$

Laut Aufgabenstellung soll der Abstand der Platten bei konstanter Spannung vergrößert werden. Damit wird aber die Feldstärke kleiner.
Da die Kraft direkt von der Feldstärke abhängt, wird diese auch kleiner und die Kugel wird nicht mehr so stark ausgelenkt.

e) Vor dem Durchschneiden wirken auf die Kugel zwei Kräfte: die elektrische Kraft und die Gravitationskraft. Unter der Wirkung dieser beiden Kräfte stellt sich für die Kugel ein Kräftegleichgewicht ein. Die resultierende Kraft, die die Kugel spürt, zeigt in Richtung des Fadens, der die für die Ruhelage notwendige Gegenkraft aufbringt.
Wird er durchgeschnitten, bewegt sich die Kugel unter dem Einfluss der resultierenden Kraft. Da sich beide Kräfte nicht ändern, bleibt auch die resultierende Kraft konstant.
Die Kugel bewegt sich deshalb in Richtung der resultierenden Kraft, also in Richtung des Fadens gleichmäßig beschleunigt weiter.

356.
a) Die Kapazität eines Plattenkondensators berechnet sich nach der Gleichung:

$$C = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot \frac{A}{d}$$

Fläche und Abstand sind bekannt, so dass gerechnet werden kann:

$$C = 8{,}854 \cdot 10^{-12}\ \mathrm{A \cdot s \cdot V^{-1} \cdot m^{-1}} \cdot 1 \cdot \frac{90 \cdot 10^6\ \mathrm{m^2}}{4{,}50 \cdot 10^3\ \mathrm{m}}$$

$$C = 1{,}77 \cdot 10^{-7}\ \mathrm{F}$$

$$C = 0{,}177\ \mu\mathrm{F}$$

$$C = 177\ \mathrm{nF}$$

Zwischen der Feldstärke und Spannung besteht der Zusammenhang:

$$E = \frac{U}{d}$$

Damit lässt sich die Spannung zwischen Wolke und Erdboden berechnen:

$$U = E \cdot d$$

$$U = 1{,}30 \cdot 10^5\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{C}} \cdot 4{,}50 \cdot 10^3\ \mathrm{m}$$

$$U = 585 \cdot 10^6\ \mathrm{V}$$

Das sind 585 Millionen Volt, die sich zwischen der Wolke und dem Erdboden aufbauen.
Aus der Spannung und der Kapazität lässt sich die Ladung berechnen:

$$C = \frac{Q}{U}$$

$$Q = C \cdot U$$

$$Q = 1{,}77 \cdot 10^{-7}\ \mathrm{F} \cdot 585 \cdot 10^6\ \mathrm{V}$$

$$Q = 103{,}5\ \mathrm{C}$$

Die Energie des elektrischen Feldes kann aus den bekannten Größen berechnet werden:

$$E = \frac{1}{2} \cdot C \cdot U^2$$

$$E = 3{,}03 \cdot 10^{10}\,\mathrm{J}$$

Ein Joule ist eine Wattsekunde.
Damit die Lampe von 100 W ein Jahr lang leuchten kann, muss eine bestimmte Energie bereitgestellt werden:

$$E = P \cdot t$$

$$E = 100\,\mathrm{W} \cdot 365\,\mathrm{d}$$

$$E = 100\,\mathrm{W} \cdot 365 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60\,\mathrm{s}$$

$$E = 3{,}15 \cdot 10^{9}\,\mathrm{Ws}$$

$$E = 3{,}15 \cdot 10^{9}\,\mathrm{J}$$

Damit kann ein Gewittere ein Glühlampe problemlos ein Jahr lang betreiben.
An einem Tag benötigt die Glühlampe eine Energie von

$$E = 100\,\mathrm{W} \cdot 1\mathrm{d}$$

$$E = 100\,\mathrm{W} \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60\,\mathrm{s}$$

$$E = 8{,}65 \cdot 10^{6}\,\mathrm{Ws}$$

Teilt man die gesamte Energie des Gewitters durch diese Energie, erhält man 3502,8 Tage, also rund 9,5 Jahre.

345.

geg.:	$U_1 = 800\,V$ $U_2 = 200\,V$ $r = 15\,cm$ $d = 1{,}9\,cm$	ges.:	C_1, C_2

Lösungen:

a) Es gilt die Gleichung für die Kapazität eines Kondensators:

$$C_1 = \varepsilon_0 \cdot \frac{A}{d}$$

Da die Platten kreisrund sind, lässt sich die Fläche mit $A = \pi \cdot r^2$ bestimmen.

$$C_1 = \varepsilon_0 \cdot \frac{\pi \cdot r^2}{d}$$

$$C_1 = \varepsilon_0 \cdot \frac{\pi \cdot \left(15 \cdot 10^{-2}\,m\right)^2}{1{,}9 \cdot 10^{-2}\,m}$$

$$C_1 = 3{,}3 \cdot 10^{-11}\,F$$

$$C_1 = 33\,pF$$

b) Durch das Umlegen des Schalters wird der Kondensator 1 von der Spannungsquelle getrennt. Damit bleiben die Ladungen im System konstant, da ja von der Quelle nichts nach fließen kann.
Der Schalter verbindet nun den zweiten Kondensator mit dem ersten. Die Ladungen verteilen sich sofort auf beiden Kondensatoren.
Damit sind auf dem ersten Kondensator weniger Ladungen enthalten und die Spannung sinkt:

$$C = \frac{Q}{U}$$

$$U_1 = \frac{Q_1}{C_1}$$

Die Spannung am Kondensator 1 ist auf ein Viertel des ursprünglichen Wertes gefallen. Das heißt aber, dass auch die Ladungsmenge auf dem Kondensator auf ein Viertel abgefallen ist. Drei Viertel aller Ladungen sind auf den 2. Kondensator geflossen. Damit ist klar, dass er eine größere Kapazität hat, er verträgt ja mehr Ladungen.

	Da die Spannungen an beiden Kondensatoren gleich sind, kann man schreiben: $U_1 = U_2$ oder weiter: $\frac{Q_1}{C_1} = \frac{Q_2}{C_2}$ Durch die Überlegungen zu den Ladungen weiß man, dass $Q_2 = 3 \cdot Q_1$ ist. Damit kann nun die unbekannte Kapazität berechnet werden: $C_2 = \frac{Q_2 \cdot C_1}{Q_1}$ $C_2 = \frac{3 \cdot Q_1 \cdot C_1}{Q_1}$ $C_2 = 3 \cdot C_1$ $C_2 = 99\,\text{pF}$
Antwort:	Der erste Kondensator hat eine Kapazität von 33 pF und der zweite von 99 pF.