Aufgaben zur Interferenz

299. Bei einem Versuch mit einem optischen Gitter (b=12,5 µm) steht der Schirm bei Einfall von Sonnenlicht (390nm< λ <770nm) in einer Entfernung von 4,06 m
a) Berechen sie die Breite der Spektren 1. Ordnung
b) Welche Breite b muss der Schirm haben, damit gerade die beiden Spektren 1.Ordnung sichtbar sind?

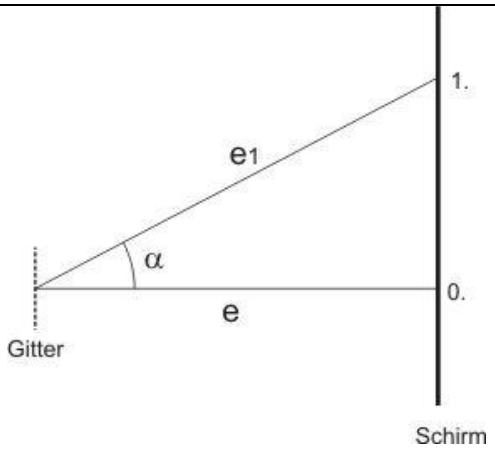
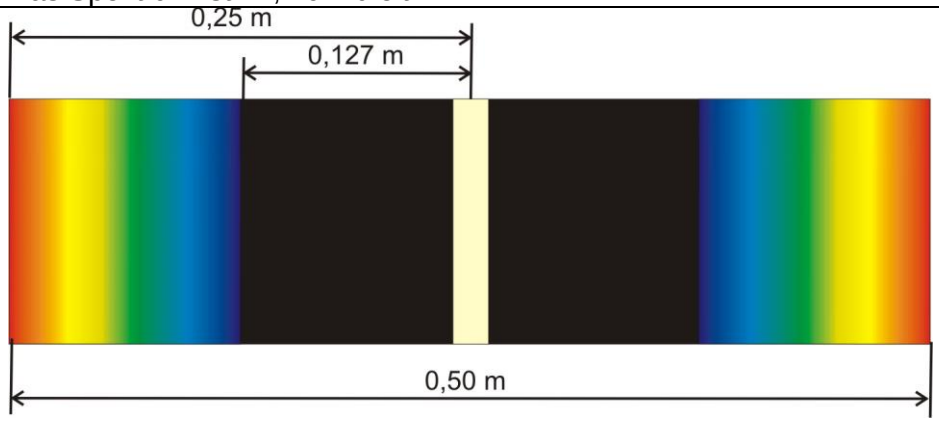
286. Auf ein optisches Gitter fällt Licht, dass aus Wellenlängen zwischen 500 nm und 630 nm besteht. Auf einem weit hinter dem Gitter angebrachten Schirm entstehen typische Interferenzmuster aus Maxima und Minima.
Bis zu welchem Maximum sind die Farben noch klar zu trennen, finden also zwischen den Maxima keine Überlappungen statt?

83. Die gelbe Quecksilberlinie mit einer Wellenlänge von 578,0 nm fällt in der 3. Ordnung fast genau mit der blauen Linie des Quecksilbers in der 4. Ordnung zusammen. Berechnen Sie daraus die Wellenlänge der blauen Linie.

162. Senkrecht auf ein optisches Gitter mit 200 Strichen pro mm fällt weißes Licht ($400\ \text{nm} \le \lambda \le 800\ \text{nm}$).
Vor das Gitter bringt man einen Filter, der laut Angabe der Lieferfirma nur Licht der Wellenlänge λ>600nm durchlassen soll. Stimmt diese Angabe, wenn man auf einem Schirm in 0,94m Entfernung den Abstand der beiden Innenränder der Maxima 1. Ordnung zu 230mm misst?

Lösungen
299.

geg.:	$\lambda_b = 390 \cdot 10^{-9}\,\text{m}$ $\lambda_r = 770 \cdot 10^{-9}\,\text{m}$ $e = 4{,}06\,\text{m}$ $b = 12{,}5 \cdot 10^{-6}\,\text{m}$	ges.:	Δs_1
Lösung:	Es gilt die Gleichung für das Maximum am Doppelspalt und Gitter: $\frac{k \cdot \lambda}{b} = \frac{s_k}{e_k}$ Da es hier um das 1. Maximum geht, ist k=1. Es wird für das blaue und das rote Licht der Abstand des 1. Maximums vom 0. Maximum berechnet.		

<table>
<tr><td></td><td>Der Abstand des Gitters zum Schirm muss zuerst berechnet werden.
$\sin\alpha_{1b} = \frac{k \cdot \lambda}{b}$
$\sin\alpha_{1b} = \frac{390 \cdot 10^{-9}\,m}{12{,}5 \cdot 10^{-6}\,m}$
$\alpha_{1b} = 1{,}79°$
Für das rote Licht erhält man einen Ablenkwinkel von 3,53°.</td><td>
</td></tr>
<tr><td></td><td colspan="2">Damit können die Abstände berechnet werden:
$\cos\alpha_1 = \frac{e}{e_1}$
$e_{1b} = \frac{e}{\cos\alpha_{1b}}$
$e_{1b} = 4{,}062\,cm$
Für das rote Licht erhält man 4,068 cm.
Damit kann der Abstand des 1. Maximum vom 0. Maximum für die beiden begrenzenden Farben berechnet werden:
$\frac{\lambda}{b} = \frac{s_1}{e_{1b}}$
$s_{1b} = \frac{\lambda}{b} \cdot e_{1b}$
$s_{1b} = \frac{390 \cdot 10^{-9}\,m}{12{,}5 \cdot 10^{-6}\,m} \cdot 4{,}062\,m$
$s_{1b} = 0{,}127\,m$
Für das rote Licht erhält man 0,251m. Damit ist das Spektrum 0,124 m oder 12,4 cm breit.</td></tr>
<tr><td>Antwort:</td><td colspan="2">Das Spektrum ist 12,4 cm breit.</td></tr>
<tr><td>In der Mitte des Schirms sieht man das weiße Maximum 0. Ordnung. Rechts und links liegen die Maxima 1. Ordnung, in beiden Fällen mit dem langwelligen Licht nach außen. Damit beide Maxima draufpassen, muss der Schirm 0,5 m breit sein.</td><td colspan="2">
</td></tr>
</table>

286.
Für die Entstehung eines Maximums gilt die Gleichung

$$\sin\alpha_k = \frac{k \cdot \lambda}{b}$$

Dabei ist b die Gitterkonstante, λ die Lichtwellenlänge, k die Nummer des Maximums und α der Winkel, unter dem das Maximum erscheint.
Das Licht mit der größeren Wellenlänge bildet demnach unter einem größeren Winkel das Maximum als das Licht mit der kleineren Wellenlänge.
Das heißt, zur Überlagerung kann das Licht mit 630 nm aus einem Maximum mit dem Licht von 500 nm aus dem Maximum mit einer höheren Ordnungszahl kommen.
Zur Überlagerung kommt es, wenn der Winkel für 630 nm aus dem niederen Maximum größer wird als der Winkel für 500 nm aus dem höheren Maximum.
Es wird zur Beantwortung der Aufgabenstellung gefragt, bei welchem k sind die beiden Winkel gleich groß?
Für das 630 nm-Licht gilt:

$$\sin\alpha_k = \frac{k \cdot 630\,\text{nm}}{b}$$

und für das 500 nm-Licht

$$\sin\alpha_{k+1} = \frac{(k+1) \cdot 500\,\text{nm}}{b}$$

k+1 ist das Maximum mit der um1 höheren Ordnung.
Beide Gleichungen werden gleichgesetzt:

$$\frac{k \cdot 630\,\text{nm}}{b} = \frac{(k+1) \cdot 500\,\text{nm}}{b}$$

Die Gitterkonstante fällt raus und spielt damit keine Rolle!

$$k \cdot 630\,\text{nm} = (k+1) \cdot 500\,\text{nm}$$

Nun muss nach k umgestellt werden:

$$k \cdot 630\,\text{nm} = k \cdot 500\,\text{nm} + 500\,\text{nm}$$

$$k \cdot 630\,\text{nm} - k \cdot 500\,\text{nm} = 500\,\text{nm}$$

$$k(630\,\text{nm} - 500\,\text{nm}) = 500\,\text{nm}$$

$$k = \frac{500\,\text{nm}}{630\,\text{nm} - 500\,\text{nm}}$$

$$k = 3{,}8$$

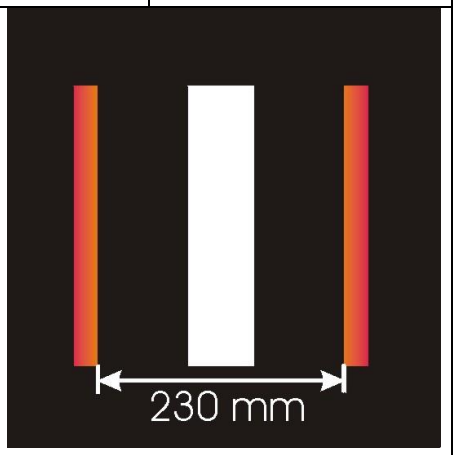
Das bedeutet, dass nur bis zum 3. Maximum keine Überlagerung stattfindet. Das 4. Maximum reicht mit 630 nm bereits in das 5. Maximum hinein.

83.

geg.:	$\lambda_{g3} = 578{,}0\,\text{nm}$ $n_g = 3$ $n_b = 4$	ges.:	λ_b

Lösung:	Da die beiden Linien fast zusammenfallen, ist für beide Linien der Abstand zum 0. Maximum und der Abstand Gitter-Schirm gleich. Es gilt also: $\frac{s_{g3}}{e_{g3}} = \frac{s_{b4}}{e_{b4}}$ Damit kann man aber mit der Maximumsgleichung am Doppelspalt schreiben: $\frac{n_g \cdot \lambda_g}{b} = \frac{n_b \cdot \lambda_b}{b}$ $n_g \cdot \lambda_g = n_b \cdot \lambda_b$ $\lambda_b = \frac{n_g \cdot \lambda_g}{n_b}$ $\lambda_b = 433\,nm$
Antwort:	Die Wellenlänge der blauen Linie beträgt 433 nm.

162.

geg.:	$b = \frac{1}{200}\,mm = \frac{1}{200} \cdot 10^{-3}\,m$ $\lambda_1 = 600\,nm = 600 \cdot 10^{-9}\,m$ $e = 0{,}94\,m$ $s_1 = 115 \cdot 10^{-3}\,m$ $n = 1$	ges.:	λ_2
Lösung:	Es muss die Wellenlänge berechnet werden, die diese Messwerte liefert und mit der geforderten Wellenlänge vergleichen. An den Innenrändern der Maxima liegt das Licht mit der kürzeren Wellenlänge (orange). Der Filter soll nur Licht mit einer größeren Wellenlänge, also rotes Licht, hindurch lassen. Dieses Licht hat sein Interferenzmaximum noch weiter außen. $\frac{n \cdot \lambda}{b} = \frac{s}{e}$ $\lambda = \frac{s}{e_1} \cdot b \quad \text{mit} \quad e_1 = \sqrt{s_1^2 + e^2}$ $\lambda = 607\,nm$		
Antwort:	Der Filter lässt einer max. Wellenlänge von 607 nm hindurch. Damit stimmt unter Berücksichtigung von Messfehlern die Angabe der Lieferfirma. Der Filter lässt nur Licht durch, dessen Wellenlänge größer als 600 nm ist.		