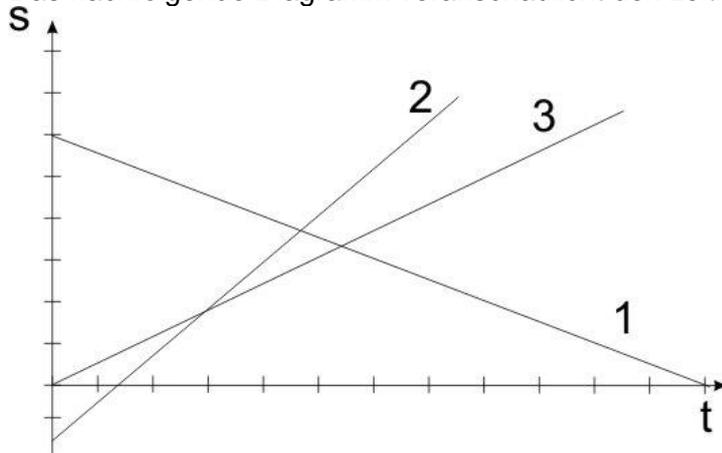


Aufgaben zur gleichförmigen Bewegung

990. (LK 2018)

Drei Fahrzeuge bewegen sich auf verschiedenen Richtungsfahrbahnen einer Autobahn. Das nachfolgende Diagramm veranschaulicht den zeitlichen Verlauf.



Beschreiben Sie die Bewegungen der drei Fahrzeuge. Gehen Sie dabei auch auf die Geschwindigkeiten sowie die Vorgänge Begegnen und Überholen ein.

914. Frank und Tom sind zum Angelurlaub und haben ihren Hund mit. Früh morgens startet Frank mit 5 km/h zum See. Tom und der Hund folgen ihm 5 min später, wobei Tom mit 8 km/h läuft. Der Hund freut sich auf das Abenteuer und rennt vor Begeisterung mit 10 km/h immer zwischen den beiden Anglern solange hin und her, bis Tom Frank noch vor dem See einholt.

Wie viele Meter ist der Hund vom Start bis zum Einholen gelaufen?

(Die Beschleunigungsphasen beim Richtungswechsel des Hundes können vernachlässigt werden.)

979. Zwischen Jena und Naumburg verkehren gleichzeitig 2 Züge. Dabei kommt ein ICE von Naumburg (45 km von Jena entfernt) mit 130 km/h Richtung Jena gefahren. Gleichzeitig startet von Jena ein Regionalexpress Richtung Naumburg mit 90 km/h. Beide Bewegungen werden als gleichförmig angesehen.

a) Zeichne das $s(t)$ -Diagramm für diesen Vorgang. Bestimme aus diesem Diagramm den Ort des Treffens und den Zeitpunkt, wann sich beide Züge begegnen (möglichst genau).

b) Berechne Ort und Zeitpunkt des Zusammentreffens.



Quelle: <http://bahnbilder.de>

902. Ein Schüler fährt bei schönem Wetter den 8 km langen Weg zur Schule mit dem Fahrrad, für den er insgesamt 35 min braucht. Das erste Teilstück geht es einen Berg hinauf und er fährt mit einer Durchschnittsgeschwindigkeit von 10 km/h. Vom Gipfel aus geht es dann nur noch runter und er schafft auf dieser Strecke durchschnittlich 25 km/h. Wie lang ist der Weg, der zum Gipfel führt?

682. Eine junge Familie (Vater, Mutter, Baby im Wagen) machen einen langen Spaziergang. Auf dem Rückweg bekommt das Baby 1500 m vor dem Haus der Familie Hunger und ist nur durch ein Fläschchen zu beruhigen. Der Vater sprintet mit einer konstanten Geschwindigkeit von 11,0 km/h los, schnappt sich zu Hause ohne Pause das bereit stehende Fläschchen und rennt mit der gleichen Geschwindigkeit zurück. Die Mutter ist während dessen mit konstant 5,0 km/h weiter gelaufen. Wie lange muss das Baby nach dem Losrennen des Vaters schreien, bis es was zu trinken bekommt?

994. Bei einem Radrennen fährt das Hauptfeld mit einer Geschwindigkeit von 36 km/h. Einer der Favoriten hat durch einen Defekt einen Rückstand von 1 min. Er beginnt seine Aufholjagd und rast mit 42 km/h dem Hauptfeld hinterher.

a) Berechnen Sie, wie weit der Favorit zu Beginn der Aufholjagd hinter dem Hauptfeld zurück liegt.

b) Geben Sie die Ort-Zeit-Gesetze des Hauptfeldes und des Favoriten an. Wohin haben Sie den Koordinatenursprung gelegt?

c) Zeichnen Sie entsprechend ihrer Ort-Zeit-Gesetze ein $s(t)$ -Diagramm für die beiden Bewegungen.

d) Bestimmen Sie aus dem Diagramm

- den Ort, an dem der Favorit das Hauptfeld einholt.
- Die Zeit, die er dazu benötigt

e) Bestätigen Sie die beiden Ergebnisse aus d) durch eine Rechnung.

859. Zwei Autos fahren mit verschiedenen Geschwindigkeiten $v_1 = 160$ km/h bzw. $v_2 = 125$ km/h dieselbe Strecke von 200 km Länge. Beide Wagen starten gleichzeitig in derselben Richtung. Der Fahrer des schnelleren Wagens macht nach 45min Fahrzeit 15min Pause. Wann und wo begegnen sich die Autos auf der Strecke?

806. Eine Radfahrerin und ein Spaziergänger mit seinem Hund bewegen sich mit gleichbleibenden Geschwindigkeiten aufeinander zu, die Radfahrerin mit 5,6 m/s und der Spaziergänger mit 1,4 m/s. Als sie 1400 m voneinander entfernt sind, rennt der Hund mit konstanten 10 m/s los und pendelt so lange zwischen den beiden hin und her, bis sie sich treffen. Welchen Weg legt der Hund dabei zurück?

789. Zwei ehemalige Schulfreunde, die nun 80 km voneinander entfernt wohnen, wollen sich treffen. Sie brechen beide um 8.00 Uhr von ihren Wohnorten auf. Fritz fährt mit seinem Mofa zunächst eine Stunde lang mit einer Durchschnittsgeschwindigkeit von 25 km/h. Nach einer Panne, die eine halbe Stunde lang aufhält, setzt er seine Fahrt fort. Kann aber jetzt nur noch durchschnittlich 20 km/h fahren. Karl erreicht mit seinem Fahrrad eine Durchschnittsgeschwindigkeit von 15 km/h. Um 9.30 Uhr legt er eine Pause von 45 Minuten ein und fährt anschließend mit dem ursprünglichen Tempo weiter.

a) Um wie viel Uhr treffen sie sich?

b) Wie viele Kilometer hat Karl bis zum Treffpunkt zurückgelegt?

Lösungen

990.

Richtung:

Fahrzeug 1 und Fahrzeug 2 bewegen sich in die gleiche Richtung
Fahrzeug 3 bewegt sich in die entgegengesetzte Richtung.

Geschwindigkeiten:

Alle drei Bewegungen verlaufen mit konstanter Geschwindigkeit, es sind gleichförmige Bewegungen. Aus dem Betrag des Anstiegs kann man eine Aussage über den Betrag der Geschwindigkeiten machen.

Auto 1 ist langsamer als Auto 3

Auto 3 ist langsamer als Auto 2

Begegnungen:

Auto 1 begegnet den beiden anderen Autos. Die Begegnungspunkte entsprechen den Schnittpunkten.

Zuerst begegnet Auto 1 dem Auto 2 und dann dem Auto 3

Überholen:

Zu Beginn fährt Auto 2 hinter dem Auto 3.

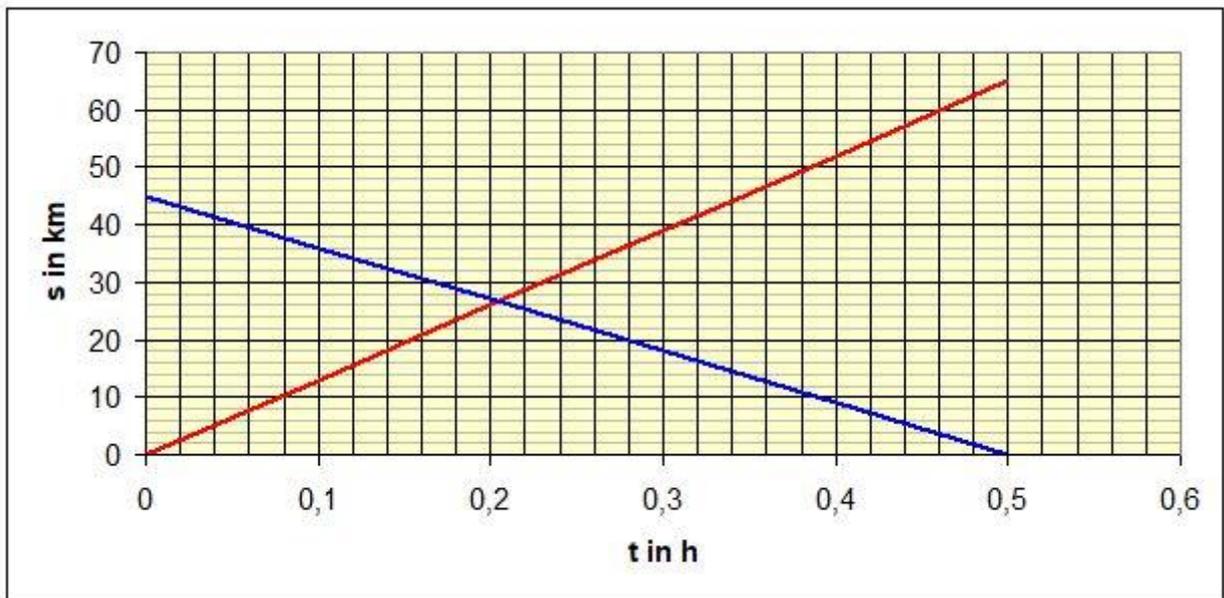
Der Schnittpunkt der beiden Geraden kennzeichnet den Überholpunkt.

914.

| | | | |
|-------|--|-------|-------|
| geg.: | $v_F = 5 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 1,39 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ $v_T = 8 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 2,22 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ $v_H = 10 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 2,78 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ $\Delta t = 5 \text{ min} = 300 \text{ s}$ | ges.: | s_H |
|-------|--|-------|-------|

| | |
|----------|---|
| Lösung: | <p>Die Lösungsidee sieht so aus: Tom braucht eine bestimmte Zeit, bis er Frank eingeholt hat. In dieser Zeit läuft der Hund konstant mit seiner Geschwindigkeit. Damit lässt sich über</p> $s_H = v_H \cdot t$ <p>der Hundeweg berechnet. Wie lange dauert es, bis die Angler zusammen treffen? Bekannt ist</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Beide sind am Treffpunkt den gleichen Weg gelaufen: $s_F = s_T$ 2. Frank ist 5 min länger unterwegs: $t_F = t_T + \Delta t$ <p>Mit diesen beiden Tatsachen lässt sich die Zeit angeben, die Tom gelaufen ist. Das ist ja auch die Zeit, die der Hund unterwegs war. Die Wege in der ersten Gleichung lassen sich mit den Geschwindigkeiten und Laufzeiten angeben:</p> $s_F = s_T$ $v_F \cdot t_F = v_T \cdot t_T$ <p>Die Zeit, die Frank gelaufen ist, kann mit der zweiten Gleichung ersetzt werden</p> $v_F \cdot (t_T + \Delta t) = v_T \cdot t_T$ <p>In dieser Gleichung sind außer der Zeit, die Tom läuft, alle Größen bekannt. Damit kann die Tomzeit berechnet werden:</p> $v_F \cdot t_T + v_F \cdot \Delta t = v_T \cdot t_T$ $v_F \cdot \Delta t = v_T \cdot t_T - v_F \cdot t_T$ $v_F \cdot \Delta t = t_T \cdot (v_T - v_F)$ $t_T = \frac{v_F \cdot \Delta t}{v_T - v_F}$ <p>Über diese Gleichung erhält man eine Zeit von 500 s, also etwa 8,3 min. Mit dieser Zeit und der Hundegeschwindigkeit erhält man einen Hundeweg von 1389 m.</p> |
| Antwort: | Der Hund ist 1389 m gelaufen. |

979.
a)



Der Startpunkt des Koordinatensystems liegt in Naumburg. Der ICE ist rot und der Regionalzug blau dargestellt.

Die beiden Züge treffen sich nach etwa 0,2 h (16 min) in einer Entfernung von etwa 27 km von Naumburg.

b) Für den Treffpunkt der beiden Züge gilt:

Beide sind seit ihrem Start die gleiche Zeit unterwegs:

$$t_R = t_{ICE} = t$$

Die Summe der beiden Strecken, die beide Züge zurückgelegt haben, entspricht genau der Entfernung zwischen Jena und Naumburg:

$$s_g = s_R + s_{ICE}$$

Beide Züge bewegen sich mit konstanter Geschwindigkeit. Damit gilt für beide

$$v = \frac{s}{t}$$

oder konkret:

$$v_R = \frac{s_R}{t_R}$$

$$v_{ICE} = \frac{s_{ICE}}{t_{ICE}}$$

Beide Gleichungen werden nach s umgestellt:

$$s_R = v_R \cdot t_R$$

$$s_{ICE} = v_{ICE} \cdot t_{ICE}$$

Wie oben geschrieben gelten für die beiden Wege

$$s_g = s_R + s_{ICE}$$

$$s_g = v_R \cdot t_R + v_{ICE} \cdot t_{ICE}$$

Da die beiden Zeiten ja gleich groß sind, wird daraus

$$s_g = v_R \cdot t + v_{ICE} \cdot t$$

Damit kann diese Zeit berechnet werden:

$$s_g = (v_R + v_{ICE}) \cdot t$$

$$t = \frac{s_g}{v_R + v_{ICE}}$$

$$t = \frac{45 \text{ km}}{90 \frac{\text{km}}{\text{h}} + 130 \frac{\text{km}}{\text{h}}}$$

$$t = \frac{45 \text{ km}}{220 \frac{\text{km}}{\text{h}}}$$

$$t = 0,2 \text{ h}$$

Das ist die gleiche Zeit, die mit Hilfe des Diagramms bestimmt wurde.

Die Entfernung von Naumburg kann nun auch berechnet werden. Der ICE startet in Naumburg und fährt während der 0,2 h

$$s_{ICE} = v_{ICE} \cdot t$$

$$s_{ICE} = 130 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 0,2 \text{ h}$$

$$s_{ICE} = 26 \text{ km}$$

Auch diese Strecke stimmt mit dem Ergebnis aus dem Diagramm unter Berücksichtigung der Ablesungenauigkeit überein.

902. Der Schulweg setzt sich aus zwei Teilwegen zusammen: Den Weg rauf (s_1) und den Weg runter (s_2). Der Gesamtweg s ist die Summe aus beiden Wegen:

$$s = s_1 + s_2$$

Der Weg s_1 ist die gesuchte Größe:

$$s_1 = s - s_2$$

Die Gesamtzeit setzt sich ebenfalls aus zwei Teilzeiten zusammen: Die Zeit rauf (t_1) und die Zeit runter (t_2). Die Gesamtzeit ist die Summe aus beiden Zeiten:

$$t = t_1 + t_2$$

Da die beiden Bewegungen gleichförmig sind, gilt

$$v = \frac{s}{t}$$

und nach dem Weg umgestellt:

$$s = v \cdot t$$

Diese Gleichung kann in die Weggleichung eingesetzt werden:

$$v_1 \cdot t_1 = s - v_2 \cdot t_2$$

In dieser Gleichung sind die beiden Zeiten unbekannt und sie ist so nicht lösbar. Es ist aber der Zusammenhang zwischen der Gesamtzeit und den Teilzeiten bekannt. Diesen kann man nach einer Einzelzeit umstellen:

$$t_1 = t - t_2$$

Setzt man diese Zeit ein, erhält man eine Gleichung mit der Zeit t_2 als einzige Unbekannte.

$$v_1 \cdot (t - t_2) = s - v_2 \cdot t_2$$

Die kann man nun nach der Zeit umstellen und diese dann berechnen, nach dem alles schön in Grundeinheiten umgerechnet wurde:

$$v_2 \cdot t_2 - v_1 \cdot t_2 = s - v_1 \cdot t$$

$$t_2 (v_2 - v_1) = s - v_1 \cdot t$$

$$t_2 = \frac{s - v_1 \cdot t}{v_2 - v_1}$$

$$t_2 = \frac{8000 \text{ m} - 2,8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 2100 \text{ s}}{4,17 \frac{\text{m}}{\text{s}}}$$

$$t_2 = 508 \text{ s}$$

Das ist die Zeit für die Abfahrt. Die Zeit für den Weg zum Gipfel ist dann $2100 \text{ s} - 508 \text{ s} = 1592 \text{ s}$. Mit der gegebenen Geschwindigkeit erhält man für diesen Weg einen Wert von

$$s_1 = v_1 \cdot t_1$$

$$s_1 = 2,8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 1592 \text{ s}$$

$$s_1 = 4458 \text{ m}$$

Das sind rund 4,5 km, also mehr als die Hälfte des Weges.

Der Rest ist dann

$$s_2 = v_2 \cdot t_2$$

$$s_2 = 6,94 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 508 \text{ s}$$

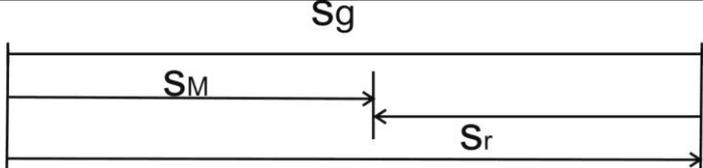
$$s_2 = 3528 \text{ m}$$

Berücksichtigt man die Ungenauigkeiten durch Rundungen, erhält man einen Gesamtweg von etwa 8 km.

Antwort: Der Weg nach oben ist rund 4,5 km lang.

682.

| | | | |
|-------|---|-------|---|
| geg.: | $s_g = 1500 \text{ m}$ $v_v = 11,0 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ $v_M = 5,0 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ | ges.: | t |
|-------|---|-------|---|

| | |
|----------|--|
| Lösung: | <div style="text-align: center;">  </div> <p>In der gesuchten Zeit läuft die Mutter mit dem Kinderwagen die Strecke s_M. Der Vater muss in dieser Zeit den Gesamtweg s_g und den Weg zurück bis zum Treffpunkt s_r zurücklegen. Dieser Weg s_v ist der Gesamtweg minus dem Weg der Mutter s_M.</p> <p>Es gilt also:</p> $s_v = s_g + s_r$ $s_v = s_g + s_g - s_M$ $s_v = 2 \cdot s_g - s_M$ <p>Da er mit konstanter Geschwindigkeit läuft, kann man schreiben:</p> $s_v = v_v \cdot t$ <p>und eingesetzt:</p> $v_v \cdot t = 2 \cdot s_g - s_M$ <p>Der Weg der Mutter berechnet sich mit</p> $s_M = v_M \cdot t$ <p>Das kann man auch einsetzen:</p> $v_v \cdot t = 2 \cdot s_g - v_M \cdot t$ <p>und erhält eine Gleichung, in der nur noch die Zeit t als Unbekannte auftaucht. Die kann man nun ausrechnen:</p> $v_v \cdot t + v_M \cdot t = 2 \cdot s_g$ $t(v_v + v_M) = 2 \cdot s_g$ $t = \frac{2 \cdot s_g}{v_v + v_M}$ $t = \frac{3000 \text{ m}}{4,44 \frac{\text{m}}{\text{s}}}$ $t = 675 \text{ s}$ <p>Schnell noch die Probe: Die Mutter läuft in dieser Zeit 937,5 m. Der Vater benötigt von dieser Zeit 491 s, um das Haus zu erreichen. Da er gleich wieder zurück läuft, bleiben 184 s übrig. In dieser Zeit schafft er 562 m. Addiert man das zu dem Weg dazu, den die Mutter bisher gelaufen ist, erhält man etwa die 1500 m Gesamtweg.</p> |
| Antwort: | Nach 675 s oder 11 min und 15 s bekommt das Baby endlich was zu trinken. Das nächste Mal nehmen die Eltern das Fläschchen gleich mit. |

994.

a)

Der Favorit bleibt beim Defekt stehen, seine Geschwindigkeit ist 0. Das Hauptfeld fährt 5 min einfach weiter. Wie weit kommt es mit der Geschwindigkeit in 5 min?

Bevor man losrechnet, werden die gegebenen Größen in Grundeinheiten umgerechnet:

$$36 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$1 \text{ min} = 60 \text{ s}$$

Nun kann der gesuchte Weg berechnet werden. Die Bewegung ist gleichförmig, die Geschwindigkeit des Hauptfeldes ändert sich alle 1 min nicht.

$$v = \frac{s}{t}$$

$$s = v \cdot t$$

$$s = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 60 \text{ s}$$

$$s = 600 \text{ m}$$

$$s = 0,6 \text{ km}$$

Das Hauptfeld liegt also 0,6 km im Vorsprung, wenn der Favorit weiterfahren kann.

b) Der Koordinatenursprung kann sowohl in das Hauptfeld als auch in den Favoriten gelegt werden. Wenn es im Hauptfeld liegt, gilt für dieses:

$$s_H = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot t$$

Da der Favorit 6 000 m zurückliegt, muss dieser Wert in das Ort-Zeit-Gesetz mit einfließen. Bevor es aufgestellt wird, berechnet man die Favoritengeschwindigkeit in Grundeinheiten um:

$$42 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 11,7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Nun das Gesetz:

$$s_F = 11,7 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot t - 600 \text{ m}$$

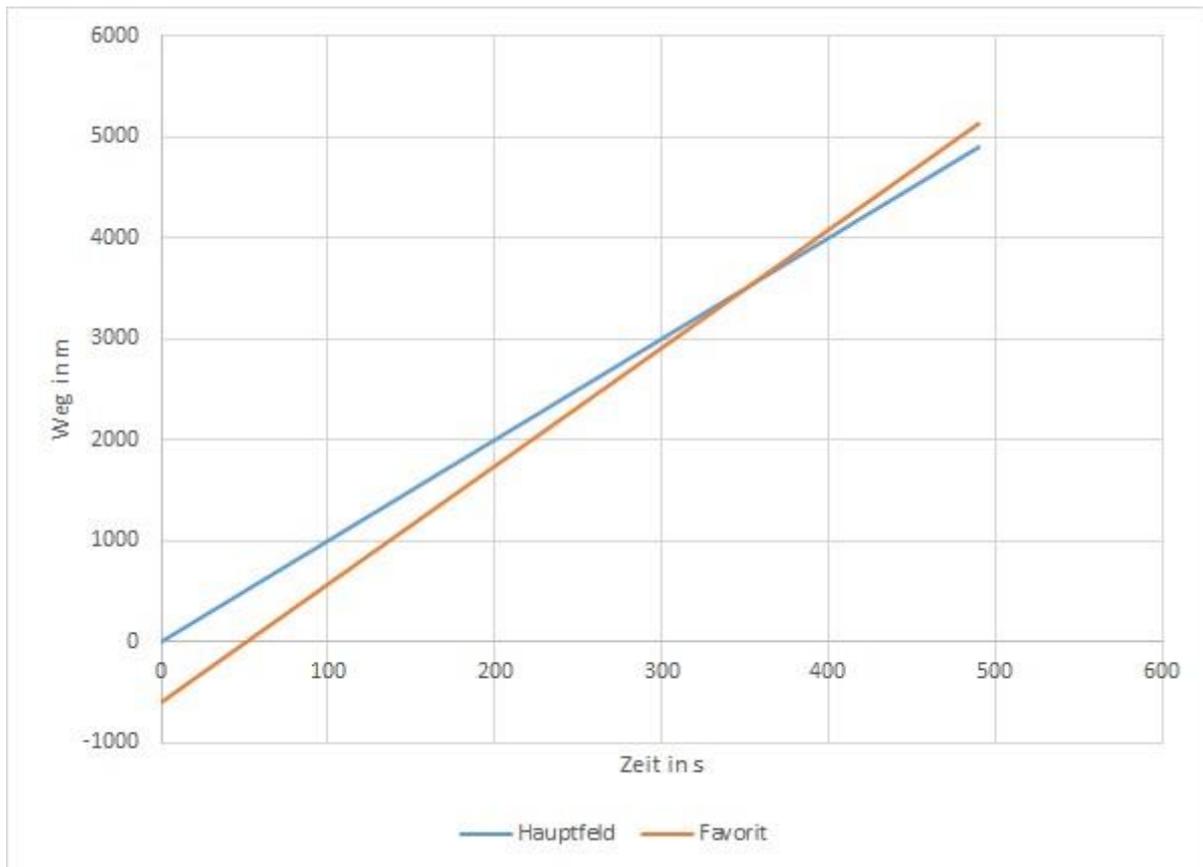
Liegt der Koordinatenursprung im Favoriten, gilt

$$s_H = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot t + 600 \text{ m}$$

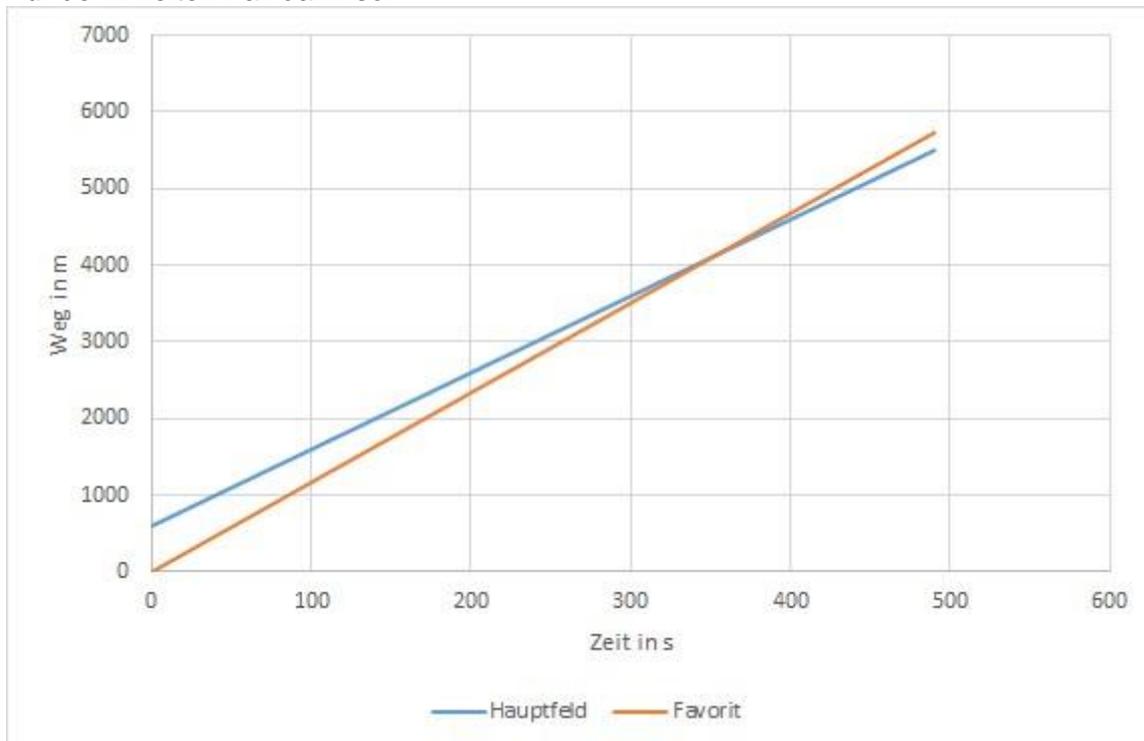
$$s_F = 11,7 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot t$$

c)

Das Diagramm für den ersten Fall sieht so aus:



Für den zweiten Fall dann so:



d) Der Punkt, an dem sich die beiden Kurven schneiden, ist der Einholpunkt.

Im ersten Diagramm erkennt man:

Das ist etwa 3500 m von Koordinatenursprung entfernt. Das heißt, das Hauptfeld fährt nach dem der Defekt bemerkt wurde, noch 3,5 km und wird dann vom Favoriten wieder eingeholt. Dafür ist das Hauptfeld 350 s gefahren. Das sind etwas weniger als 9 min.

Im zweiten Diagramm erkennt man:

Das ist etwa 4100 vom Koordinatenursprung entfernt. Das heißt, der Favorit fährt nach dem Defekt bemerkt wurde, noch 4,1 km und holt dann das Hauptfeld ein. Dafür ist er 350 s gefahren. Das sind etwas weniger als 9 min.

Die beiden Diagramme liefern die gleichen Ergebnisse!

e) Es muss überlegt werden, welche Besonderheit der Einholpunkt hat.

1. Nachdem der Favorit wieder losgefahren ist, sind er selber und das Hauptfeld die gleiche Zeit gefahren.
2. Der Favorit ist so weit gefahren wie das Hauptfeld und zusätzlich die Strecke, die er hinter dem Hauptfeld lag.

In Formeln umgesetzt heißt das:

$$1. t_H = t_F$$

$$2. s_F = s_H + 600\text{m}$$

Da beiden Bewegungen gleichförmig sind, gilt weiterhin

$$v_H = \frac{s_H}{t}$$

$$v_F = \frac{s_F}{t}$$

Die beiden Zeiten brauchen nicht extra unterschieden werden, da sie ja gleich sind. Jetzt werden die Gleichungen so umgestellt und eingesetzt, dass die unbekannte Größe Zeit berechnet werden kann. Dazu werden als erstes in der Weggleichung die unbekanntenen Wege durch die Geschwindigkeiten ersetzt. Allgemein gilt:

$$s = v \cdot t$$

Damit erhält man

$$v_F \cdot t = v_H \cdot t + 600\text{m}$$

In dieser Gleichung ist nur noch die Zeit eine unbekannte Größe, nach der nun umgestellt werden kann:

$$v_F \cdot t - v_H \cdot t = 600\text{m}$$

$$t \cdot (v_F - v_H) = 600\text{m}$$

$$t = \frac{600\text{m}}{v_F - v_H}$$

$$t = \frac{600\text{m}}{11,7 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}}$$

$$t = \frac{600\text{m}}{1,7 \frac{\text{m}}{\text{s}}}$$

$$t = 353\text{s}$$

Das entspricht der Zeit, die aus den Diagrammen bestimmt wurde.

Damit können auch die Wege berechnet werden:

$$s_H = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 353 \text{ s}$$

$$s_H = 3530 \text{ m}$$

$$s_F = 11,7 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 353 \text{ s}$$

$$s_F = 4130 \text{ m}$$

Auch die beiden Werte stimmen mit denen überein, die aus den Diagrammen bestimmt wurden.

859.

| | | | |
|-------|--|-------|--|
| geg.: | $v_1 = 160 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ $v_2 = 125 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ $s = 200 \text{ km}$ $t_F = 45 \text{ min}$ $t_p = 15 \text{ min}$ | ges.: | |
|-------|--|-------|--|

| | |
|---------|---|
| Lösung: | <p>Der erste Treffpunkt ist zum Zeitpunkt 0 am Start. Danach fährt der Fahrer 1 45 min und legt dabei</p> $v = \frac{s}{t}$ $s = v \cdot t$ $s = 160 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 0,75 \text{ h}$ $s = 120 \text{ km}$ <p>zurück. Während dieser Zeit ist der Fahrer 2 erst</p> $s = 125 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 0,75 \text{ h}$ $s = 93,75 \text{ km}$ <p>gefahren.</p> <p>Während der folgenden viertel Stunde steht der Wagen 2 und Wagen 1 legt weitere 31,25 km zurück. Damit ist er nun 125 km gefahren und hat den stehenden Wagen 1 überholt. Das erfolgt nach 120 km. Der Wagen 2 benötigte dazu</p> $v = \frac{s}{t}$ $t = \frac{s}{v}$ $t = \frac{120 \text{ km}}{125 \frac{\text{km}}{\text{h}}}$ $t = 0,96 \text{ h}$ <p>Das sind 57,6 min.</p> <p>Nach einer viertel Stunde fährt der Wagen 1 weiter. Sein Abstand zum Start beträgt immer noch 120 km. Wagen 2 ist zu dieser Zeit bereits bei 125 km angekommen. Da Wagen 2 aber schneller fährt als Wagen 1, könnte er diesen vor dem Ziel noch einmal überholen. Das ist dann der Fall, wenn beide den gleichen Abstand vom Ziel haben.</p> $s_1 = s_2$ <p>Wagen 2 hat bis zu diesem Treffpunkt die Zeit t_2 benötigt. Wagen 1 ist bis dahin eine viertel Stunde weniger gefahren, da er ja diese Zeit auf dem Parkplatz war.</p> <p>Es gilt also:</p> $t_1 = t_2 - 0,25 \text{ h}$ <p>Da alle Bewegungen gleichförmig sind, gilt weiterhin:</p> |
|---------|---|

$$v = \frac{s}{t}$$

$$s = v \cdot t$$

Damit wird

$$v_1 \cdot t_1 = v_2 \cdot t_2$$

$$v_1 \cdot (t_2 - 0,25h) = v_2 \cdot t_2$$

$$v_1 \cdot t_2 - v_1 \cdot 0,25h = v_2 \cdot t_2$$

$$-v_1 \cdot 0,25h = v_2 \cdot t_2 - v_1 \cdot t_2$$

$$-v_1 \cdot 0,25h = t_2 \cdot (v_2 - v_1)$$

$$t_2 = -\frac{v_1 \cdot 0,25h}{v_2 - v_1}$$

$$t_2 = -\frac{160 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 0,25h}{125 \frac{\text{km}}{\text{h}} - 160 \frac{\text{km}}{\text{h}}}$$

$$t_2 = -\frac{40 \text{km}}{-35 \frac{\text{km}}{\text{h}}}$$

$$t_2 = 1,14h$$

Nach dieser Zeit ist der Wagen 2

$$s = v \cdot t$$

$$s_2 = 125 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 1,14h$$

$$s_2 = 142,5 \text{km}$$

gefahren. Wagen 1 hat 0,25 h weniger Fahrzeit, also 0,89 h.

Damit ist er auch

$$s = v \cdot t$$

$$s_2 = 160 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 0,89h$$

$$s_2 = 142,5 \text{km}$$

gefahren.

Antwort: Zum ersten Mal begegnen sie sich nach 0,96 h bei 120 km. Zum zweiten Mal überholt Wagen 1 den Wagen 2 den Wagen 1 in 142,5 km Entfernung vom Start nach 1,14 h.

806.

Man muss fragen, wie lange der Hund rennt. Kennt man diese Zeit, kann man mit der Geschwindigkeit den Weg berechnen.

Der Hund rennt so lange, bis sich die Radfahlerin und der Spaziergänger begegnen. Für die Berechnung der Zeit bis zu dieser Begegnung kann man die beiden Geschwindigkeiten addieren.

$$v_{\text{ges}} = v_1 + v_2$$

$$v_{\text{ges}} = 5,6 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 1,4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_{\text{ges}} = 7,0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Damit kann die Zeit berechnet werden:

$$v = \frac{s}{t}$$

$$t = \frac{s}{v_{\text{ges}}}$$

$$t = \frac{1400\text{m}}{7 \frac{\text{m}}{\text{s}}}$$

$$t = 200 \text{ s}$$

Und mit dieser Zeit wird der Hundeweg berechnet:

$$v = \frac{s}{t}$$

$$s = v \cdot t$$

$$s = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 200 \text{ s}$$

$$s = 2000 \text{ m}$$

$$s = 2 \text{ km}$$

Der Hund rennt 2 km.

789.

| | | | |
|---------|---|-------|---|
| geg.: | $s = 80 \text{ km}$ $t_{F1} = 1 \text{ h}$ $v_{F1} = 25 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ $t_{F2} = 0,5 \text{ h}$ $v_{F2} = 0 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ $v_{F3} = 20 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ $t_{K1} = 1,5 \text{ h}$ $v_{K1} = 15 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ $t_{K2} = 0,75 \text{ h}$ $v_{K2} = 0 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ $v_{K3} = 15 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ | ges.: | t |
| Lösung: | <p>Insgesamt müssen Fritz und Karl 80 km zurücklegen, denn das ist die Entfernung der Wohnorte. Dabei legt jeder einen Teilweg zurück.</p> $s = s_F + s_K$ <p>Da beide zur gleichen Zeit losfahren und sich natürlich zum gleichen Zeitpunkt treffen, sind beide die gleiche Zeit unterwegs:</p> $t_F = t_K = t$ <p>Diese Zeit setzt sich bei beiden unterschiedlich zusammen. Für beide ist der Weg in drei Teile geteilt: Fahren, Panne oder Pause und wieder fahren. Die Zeit für den dritten Abschnitt ist bei beiden unbekannt.</p> <p>Damit haben wir zwei unbekannte Größen, aber auch zwei unabhängige Gleichungen, so dass die Aufgabe lösbar scheint.</p> <p>Die beiden Wege der Schulfreunde setzen sich aus den drei Teilwegen zusammen:</p> $s_F = s_{F1} + s_{F2} + s_{F3}$ $s_K = s_{K1} + s_{K2} + s_{K3}$ <p>Die jeweils zweiten Teilwege sind 0, da Panne oder Pause ist.</p> <p>Es gilt also:</p> $s = s_{F1} + s_{F3} + s_{K1} + s_{K3}$ <p>Da alle Bewegungen gleichförmig ablaufen, kann man die Weg durch die Geschwindigkeiten und Zeiten ausdrücken:</p> $s = v_{F1} \cdot t_{F1} + v_{F3} \cdot t_{F3} + v_{K1} \cdot t_{K1} + v_{K3} \cdot t_{K3}$ | | |

In dieser Gleichung sind noch zwei unbekannte Zeiten. Es muss eine davon mit Hilfe der anderen Zeit ausgedrückt werden.

$$t_F = t_{F1} + t_{F2} + t_{F3}$$

Da die ersten beiden Zeiten bekannt sind, kann man die zusammenfassen:

$$t_F = t_{F1/2} + t_{F3}$$

$$t_{F3} = t_F - t_{F1/2}$$

Da die beiden Gesamtzeiten gleich sind, also

$$t_F = t_K$$

kann man schreiben:

$$t_{F3} = t_K - t_{F1/2}$$

Die Zeit von Karl lässt sich ebenfalls als Summe von zwei Zeiten schreiben:

$$t_{F3} = t_{K1/2} + t_{K3} - t_{F1/2}$$

Damit hat man die unbekannte Zeit von Fritz durch die unbekannte Zeit von Karl und ansonsten nur bekannten Größen ausgedrückt.

Damit geht man nun in die oben aufgestellte Weggleichung:

$$s = v_{F1} \cdot t_{F1} + v_{F3} \cdot (t_{K1/2} + t_{K3} - t_{F1/2}) + v_{K1} \cdot t_{K1} + v_{K3} \cdot t_{K3}$$

Damit stehen außer der 3. Zeit von Karl nur noch bekannte Größen in der Gleichung. Das heißt, die Gleichung muss nach der unbekanntem Größe umgestellt werden, die dann berechnet werden kann.

Ausmultiplizieren:

$$s = v_{F1} \cdot t_{F1} + v_{F3} \cdot t_{K1/2} + v_{F3} \cdot t_{K3} - v_{F3} \cdot t_{F1/2} + v_{K1} \cdot t_{K1} + v_{K3} \cdot t_{K3}$$

Ordnen:

$$s = v_{F3} \cdot t_{K3} + v_{K3} \cdot t_{K3} + v_{F1} \cdot t_{F1} + v_{F3} \cdot t_{K1/2} - v_{F3} \cdot t_{F1/2} + v_{K1} \cdot t_{K1}$$

$$s = t_{K3} (v_{F3} + v_{K3}) + v_{F1} \cdot t_{F1} + v_{F3} \cdot t_{K1/2} - v_{F3} \cdot t_{F1/2} + v_{K1} \cdot t_{K1}$$

Umstellen:

$$t_{K3} (v_{F3} + v_{K3}) = s - (v_{F1} \cdot t_{F1} + v_{F3} \cdot t_{K1/2} - v_{F3} \cdot t_{F1/2} + v_{K1} \cdot t_{K1})$$

$$t_{K3} (v_{F3} + v_{K3}) = s - v_{F1} \cdot t_{F1} - v_{F3} \cdot t_{K1/2} + v_{F3} \cdot t_{F1/2} - v_{K1} \cdot t_{K1}$$

$$t_{K3} = \frac{s - v_{F1} \cdot t_{F1} - v_{F3} \cdot t_{K1/2} + v_{F3} \cdot t_{F1/2} - v_{K1} \cdot t_{K1}}{v_{F3} + v_{K3}}$$

Nun kann eingesetzt und gerechnet werden:

$$t_{K3} = \frac{80 \text{ km} - 25 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 1 \text{ h} - 20 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 2,25 \text{ h} + 20 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 1,5 \text{ h} - 15 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 1,5 \text{ h}}{20 \frac{\text{km}}{\text{h}} + 15 \frac{\text{km}}{\text{h}}}$$

$$t_{K3} = 0,5 \text{ h}$$

Damit ist Karl

$$1,5 \text{ h} + 0,75 \text{ h} + 0,5 \text{ h} = 2,75 \text{ h}$$

unterwegs. Sie treffen sich also 10,45 Uhr.

Karl hat bis zum Treffpunkt:

$$1,5 \text{ h} \cdot 15 \frac{\text{km}}{\text{h}} + 0,5 \cdot 15 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 30 \text{ km}$$

zurückgelegt.

Fritz hat demnach 50 km bewältigt. Davon ist er nach der Panne 1 h und 15 min insgesamt 25 km weit gefahren.

Antwort: Sie treffen sich um 10.45 Uhr. Karl hat 30 km zurückgelegt.

