Aufgaben zur gleichförmigen Bewegung

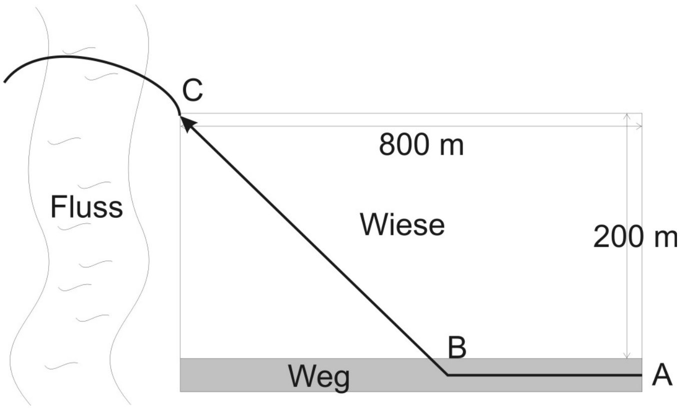
860. Ein Wasserrad von 5 m Durchmesser steht an einem 2m breiten und 0,7 m tiefem Bach. Das Rad dreht sich in der Minute 5 mal und ist am Rand genau so schnell, wie der Bach fließt. Wie viel Liter Wasser fließen je Sekunde unter dem Wasserrad hindurch?

863. (LK 2013, ohne Hilfsmittel)
Bei einem Straßenradrennen für Junioren passieren drei Fahrer eine Zwischensprintstrecke, die Zeitnahme beginnt am Ort 0.
Fahrer B und C passieren diesen Ort 7 s nach Fahrer A.
Die Geschwindigkeit von A beträgt $10\ m \cdot s^{-1}$, die Geschwindigkeit von B beträgt $15\ m \cdot s^{-1}$.
Alle drei fahren gleichförmig.

a) Ermitteln Sie grafisch die Zeitdauer, die Fahrer B benötigt, nachdem er den Ort 0 passiert hat, um Fahrer A einzuholen, sowie den zugehörigen Weg.
b) Fahrer A wird nach 180 m von Fahrer C überholt. Ermitteln Sie die Geschwindigkeit von Fahrer C.

459. Ich fahre mit 130 km/h auf der rechten Spur der Autobahn und nähere mich einem mit 100 km/h fahrenden LKW von 10 m Länge. Als ich 100 m hinter dem LKW bin und zum Überholen ansetzen will, fahre ich an der Anzeigetafel 1000 m vor meiner Abfahrt vorbei. Wie weit vor der Abfahrt schließt man den Überholvorgang ab, wenn man ordnungsgemäß im 2-s-Abstand vor dem LKW wieder auf die rechte Fahrbahn wechselt? Mein Auto hat eine Länge von 4 m.
(2-s-Abstand: Sicherheitsabstand zwischen zwei Fahrzeugen; ist der Abstand, den ein Fahrzeug in 2 s zurücklegt.)

797. Ein Wanderer wird von einem heftigen Regen überrascht und möchte auf schnellstem Wege in das Rasthaus, das sich auf der anderen Seite des Flusses befindet. Auf dem Weg kann er mit 7 km/h laufen, auf der nassen Wiese kommt er nur mit 4 km/h voran.



a) Wie lange braucht der Wanderer, wenn er den Weg bis zum Ende der Wiese und dann auf der Wiese zur Brücke geht?
b) Wie lange braucht er, wenn er sofort den Weg verlässt und diagonal über die Wiese die Brücke erreicht?
c) Wie weit muss der Wanderer auf dem Weg gehen, damit er so schnell wie möglich zur Brücke gelangt und aus dem Mistwetter rauskommt? (Weg A-B-C)

Lösungen

860. Das gesuchte Wasservolumen berechnet sich aus der Querschnittsfläche des Baches und der Länge des Wassers, das in einer Sekunde durch diese Fläche fließt, also ganz allgemein:

$V = A \cdot \ell$

Die Querschnittsfläche ergibt sich aus der Breite und der Tiefe des Baches

$A = 2\,m \cdot 0{,}7\,m$

$A = 1{,}4\,m^2$

Die Länge erhält man über die Fließgeschwindigkeit des Baches. Die ist genau so groß wie die Drehgeschwindigkeit des äußeren Teils des Wasserrades.

Der Umfang des Rades beträgt

$u = \pi \cdot d$

$u = \pi \cdot 5\,m$

$u = 15{,}7\,m$

Da es sich in der Minute 5 mal dreht, legt es in dieser Zeit einen Weg von

$s = 15{,}7\,m \cdot 5$

$s = 78{,}5\,m$

zurück.

Das sind 1,3 m in einer Sekunde. Die Fließgeschwindigkeit des Baches beträgt demnach

$1{,}3\,\frac{m}{s}$

Damit kann das Wasservolumen bestimmt werden:

$V = 1{,}4\,m^2 \cdot 1{,}3\,m$

$V = 1{,}82\,m^3$

$V = 1820\,\ell$

Unter dem Wasserrad fließen pro Sekunde 1820 Liter Wasser hindurch.

863. a) Vor dem Zeichnen sollte man sich über den Maßstab des Diagramms Gedanken machen.

Wenn Fahrer B die 0-Marke passiert, ist Fahrer A bereits 70 m weit davon entfernt.

Wenn treffen sie sich? Es werden die Abstände für die Fahrer A und B von der 0-Marke ab dem Zeitpunkt berechnet, wo Fahrer B diese Stelle erreicht hat.

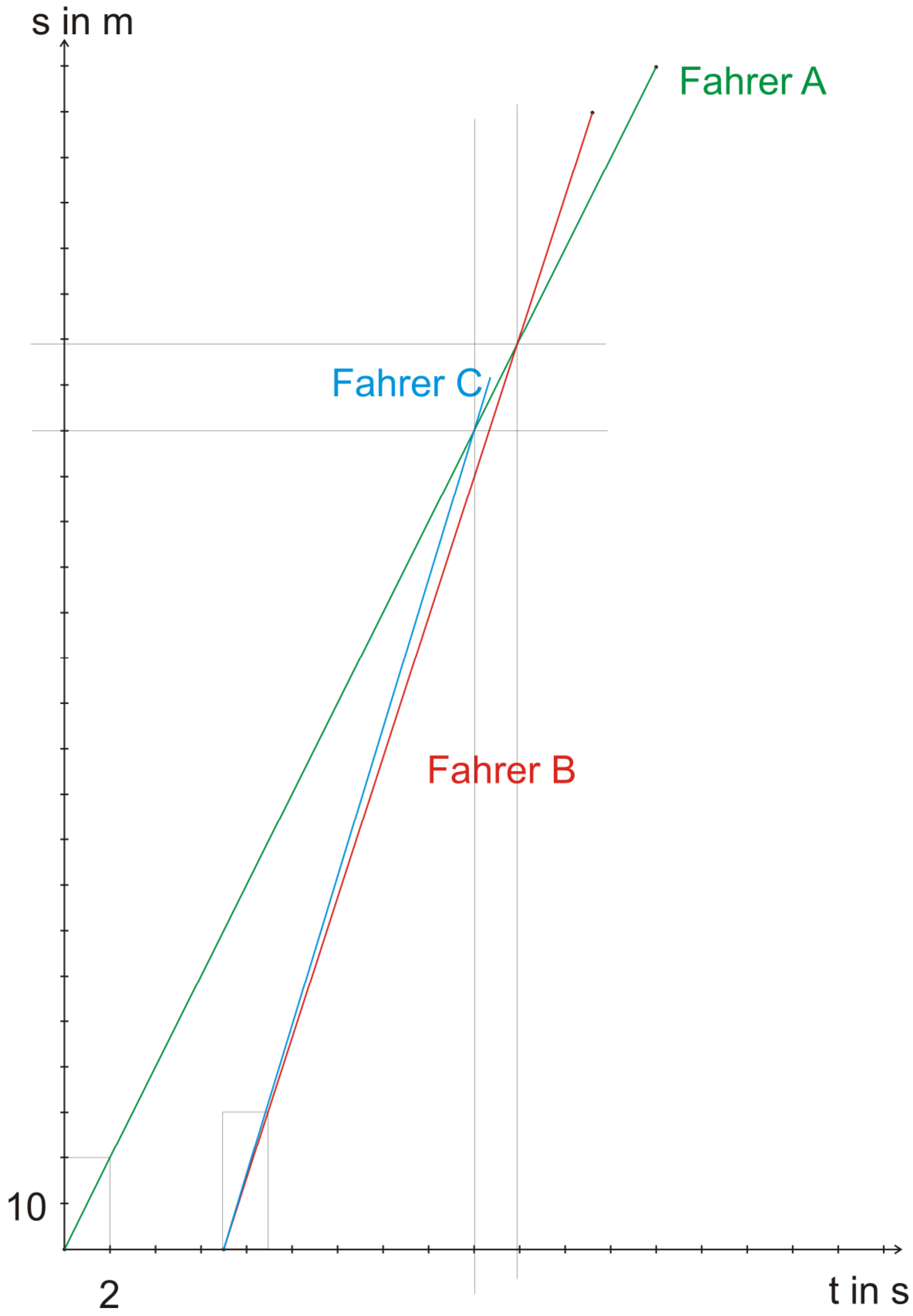
Zeit	0	5	10	15
Abstand für Fahrer A	70	120	170	220
Abstand für Fahrer B	0	75	150	225

Der Überholvorgang findet zwischen der 10. und 15. Sekunde statt, nach dem Fahrer B an der 0-Marke war. Das ist dann zwischen der 17. und 22. Sekunde im System für Fahrer A. Dem entsprechend kann das Diagramm bis zur 25. Sekunde gezeichnet werden.

Die Geschwindigkeiten entsprechend dem Anstieg der Geraden.

Aus dem Diagramm lässt sich ablesen, dass Fahrer B den Fahrer A nach 13 s überholt. Beide sind zu diesem Zeitpunkt 200 m von der 0-marke entfernt.

b) Aus dem Diagramm ist abzulesen, dass Fahrer C 11s braucht, um Fahrer A einzuholen. Da es das nach 180 m schafft, hat er eine Geschwindigkeit von 16,4 $m \cdot s^{-1}$.


s in m
Fahrer A
Fahrer C
Fahrer B
10
2
t in s

459.

geg.:	$v_P = 130\,\frac{km}{h}$ $v_L = 100\,\frac{km}{h}$ $s_{P-L} = 100\,m$ $s_A = 1000\,m$ $s_L = 10\,m$	ges.:	s
Lösung:	Die Frage ist, wie viel m vor der Abfahrt kann ich vor dem LKW wieder auf die rechte Spur kommen. Dabei muss der 2 s-Abstand eingehalten werden. Dass heißt, der Sicherheitsabstand zwischen dem LKW und mir muss so groß sein, wie der LKW in 2 s fährt. $v = \frac{s}{t}$ $s = v \cdot t$ $s = 27{,}8\,\frac{m}{s} \cdot 2\,s$ $s = 55{,}6\,m$ Welchen Weg muss ich insgesamt zurücklegen? Als erstes nimmt man an, dass der LKW steht und ich an ihm mit der Differenzgeschwindigkeit vorbei fahre. Die Differenzgeschwindigkeit beträgt 30 km/h. Wie groß ist der Weg bei stehendem LKW? Mein Abstand zum LKW vor dem Überholen + die Länge des LKW + die Länge meines Autos + der Abstand LKW - Auto nach dem Überholen. Mein Auto ist 4 m lang. Also: $s = 100\,m + 10\,m + 4\,m + 55{,}6\,m$ $s = 169{,}6\,m$ Wie lange brauche ich dafür mit 30 km/h? $v = \frac{s}{t}$ $t = \frac{s}{v}$ $t = \frac{169{,}6\,m}{8{,}3\,\frac{m}{s}}$ $t = 20{,}4\,s$ Wie weit fahre ich nun aber wirklich in dieser Zeit? $v = \frac{s}{t}$ $s = v \cdot t$ $s = 36{,}1 \cdot 20{,}4\,s$ $s = 736{,}7\,m$ Der Überholvorgang ist nach 736,7 m abgeschlossen.		
Antwort:	Bis zur Ausfahrt bleiben noch 264 m.		

797.

a) Der Weg setzt sich aus zwei Teilwegen zusammen, der Teil auf dem Weg und der Teil auf der Wiese. Damit ist die Gesamtzeit die Summe der beiden Teilzeiten:

$$t = t_{Weg} + t_{Wiese}$$

$$t = \frac{s_{Weg}}{v_{Weg}} + \frac{s_{Wiese}}{v_{Wiese}}$$

$$t = \frac{800\,m}{7\,\frac{km}{h}} + \frac{200\,m}{4\,\frac{km}{h}}$$

Da die Einheiten nicht zusammenpassen, werden die Geschwindigkeiten in m/s umgerechnet.

$$7\,\frac{km}{h} = 1{,}94\,\frac{m}{s}$$

$$4\,\frac{km}{h} = 1{,}1\,\frac{m}{s}$$

Damit kann die Zeit berechnet werden:

$$t = \frac{800\,m}{1{,}94\,\frac{m}{s}} + \frac{200\,m}{1{,}1\,\frac{m}{s}}$$

$$t = 412\,s + 182\,s$$

$$t = 594\,s$$

$$t = 9\,min\,54\,s$$

$$t \approx 10\,min$$

b) Wie groß ist der Weg diagonal über die Wiese?

$$s = \sqrt{(800\,m)^2 + (200\,m)^2}$$

$$s = 825\,m$$

Dieser Weg wird mit der „Wiesengeschwindigkeit“ zurückgelegt.

$$t = \frac{s}{v_{Wiese}}$$

$$t = \frac{825\,m}{1{,}1\,\frac{m}{s}}$$

$$t = 750\,s$$

$$t = 12\,min\,30\,s$$

$$t = 12{,}5\,min$$

Damit ist es sinnvoller, zuerst den Weg mit der großen Geschwindigkeit und dann den Rest über die Wiese zu laufen als quer drüber zu schleichen.

c) Das Problem lässt sich mit Hilfe einer Tabelle lösen. Es wird der Weg, den der Wanderer auf dem Weg zurücklegt (A-B) schrittweise erhöht. Für jeden Schritt wird die Strecke B-C berechnet und dann die Gesamtzeit für das Durchlaufen der beiden Wegstücke.
Wenn man das fein genug macht, sieht man die Stelle, an der die Zeit am kleinsten ist.
Der Weg wird in 5 m-Schritten erhöht. Die Strecke B-C ist dann immer die Diagonale des Rechtecks mit den Seitenlängen 200 m und 800 m – Weg A-B.

Wie im Diagramm zu sehen ist, muss der Wanderer 140 m auf dem Weg laufen und dann auf die Wiese abbiegen.
Er benötigt dann 559 s für den gesamten Weg. Das sind 9 min und 19 s, also nur wenig weniger als die erste Variante