

Aufgaben zur gleichmäßig beschleunigten Bewegung

Aufgaben

1. Ein Auto beschleunigt gleichmäßig in 12 s von 0 auf 100 kmh⁻¹. Welchen Weg hat es in dieser Zeit zurückgelegt?

2. Ein Zug fährt mit 72 km/h Geschwindigkeit. Durch eine Baustelle wird er gezwungen, seine Geschwindigkeit auf 18 km/h zu drosseln und kommt deshalb mit 3 min Verspätung am Zielbahnhof an. Die Bremsbeschleunigung ist 0,2 m/s² und die Anfahrbeschleunigung 0,1 m/s². Wie lang ist die Baustelle? (Aus Sicherheitsgründen hat der Zug am Anfang der Baustelle bereits die kleine Geschwindigkeit und darf erst am Ende wieder beschleunigen)

3. Die Tabelle enthält die Messwerte für zwei Spielzeugautos, die nebeneinander starten.

t in s	0	1	2	3	4	5	6	7
s ₁ in cm	0	6	12,5	21	25	34	39	47
s ₂ in cm	0	3	7,5	14	20	30	44	64

- Zeichnen Sie für beide Bewegungen das s-t-Diagramm in ein Koordinatensystem!
- Entscheiden Sie für beide Bewegungen, ob es sich um eine gleichförmige, eine gleichmäßig beschleunigte oder um eine ungleichmäßig beschleunigte Bewegung handelt. Begründen Sie Ihre Entscheidungen.
- Bestimmen Sie aus dem Diagramm, zu welchem Zeitpunkt beide Autos ungefähr die gleiche Geschwindigkeit haben.
- Bestimmen Sie aus dem Diagramm, in welcher Entfernung vom Start aus das eine Auto das andere überholt.

4. Ein Auto fährt mit 50 km/h. Plötzlich taucht in 32 m Entfernung ein Hindernis auf und der Fahrer führt eine Vollbremsung durch. Die Zeit vom Erkennen des Hindernisses bis zum Beginn der Bremsung beträgt 1 s. Das Auto kommt genau vor dem Hindernis zum Stehen. Das gleiche Auto kommt mit 70 km/h in die selbe Situation. Welche Geschwindigkeit hat es am Hindernis?

5. Ein PKW fährt mit einer Geschwindigkeit von 80 kmh⁻¹.

Der Fahrer bemerkt in 65 m Entfernung ein Hindernis und bremst nach einer Reaktionszeit von 0,8s mit einer konstanten Bremsbeschleunigung von - 6,0 ms⁻². Kommt das Fahrzeug rechtzeitig zum Stillstand?

Zeichnen Sie das Geschwindigkeit-Zeit und das Weg-Zeit-Diagramm. Berechnen Sie für das Weg-Zeit-Diagramm drei weitere Wertepaare.

Lösungen:**1.**

geg.:	$t = 12 \text{ s}$ $v = 100 \frac{\text{km}}{\text{h}}$	ges.:	s
Lösung:	Die Geschwindigkeit muss in ms^{-1} umgewandelt werden. Die Umrechnungszahl ist 3,6 denn: $1 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 1000 \frac{\text{m}}{\text{h}} = \frac{1000}{3600} \frac{\text{m}}{\text{s}} = \frac{1}{3,6} \frac{\text{m}}{\text{s}}$ $v \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right] = 100 \frac{\text{km}}{\text{h}} / 3,6$ $v = 27,8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ Für die gleichmäßig beschleunigte Bewegung gilt: $s = \frac{a}{2} \cdot t^2$ t ist bekannt, a noch nicht. Weiterhin gilt: $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$ Da die Anfangswerte v_1 und t_1 gleich Null sind, kann man schreiben: $a = \frac{v}{t}$ Das wird eingesetzt: $s = \frac{a}{2} \cdot t^2$ $s = \frac{v}{2 \cdot t} \cdot t^2$ $s = \frac{v \cdot t}{2}$ $s = \frac{27,8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 12 \text{ s}}{2}$ $s = 167 \text{ m}$		
Antwort:	Das Auto legt in den 12 Sekunden 167 m zurück.		

2.

geg.:

$$v_{\text{norm}} = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_{\text{bau}} = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\Delta t = 180 \text{ s}$$

$$a_{\text{br}} = 0,2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$a_{\text{be}} = 0,1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

ges.:

s_b

Lösung:

Der Baustellenbereich teilt sich in drei Strecken auf:

1. Der Weg zum Abbremsen s_1

2. Die Baustelle s_b

3. Der Weg zum Beschleunigen s_3

Wie groß ist der Weg zum Abbremsen und wie lange braucht der Zug dafür?

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

$$\Delta t = \frac{\Delta v}{a}$$

$$t_{\text{br}} = \frac{15 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0,2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$$

$$t_{\text{br}} = 75 \text{ s}$$

$$s = v_{\text{norm}} \cdot t_{\text{br}} - \frac{a_{\text{br}}}{2} \cdot t_{\text{br}}^2$$

$$s = 1500 \text{ m} - 562,5 \text{ m}$$

$$s = 937,5 \text{ m}$$

Der Zug muss also 937,5 m vor der Baustelle mit dem Bremsen beginnen.

Wie weit hinter der Baustelle hat er seine ursprüngliche Geschwindigkeit wieder erreicht?

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

$$\Delta t = \frac{\Delta v}{a}$$

$$t_{\text{be}} = \frac{15 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0,1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$$

$$t_{\text{be}} = 150 \text{ s}$$

$$s = v_{\text{bau}} \cdot t_{\text{be}} + \frac{a_{\text{be}}}{2} \cdot t_{\text{be}}^2$$

$$s = 750 \text{ m} + 1125 \text{ m}$$

$$s = 1875 \text{ m}$$

Insgesamt benötigt er also für den Brems- und Beschleunigungsvorgang 225 s und legt dabei 2812,5 m zurück.

Wie lange hätte er für diese Strecken gebraucht, wenn er nicht gebremst hätte?

$$v = \frac{s}{t}$$

$$t = \frac{s}{v}$$

$$t = \frac{2812,5 \text{ m}}{20 \frac{\text{m}}{\text{s}}}$$

$$t = 140,6 \text{ s}$$

Er hätte für diese Strecke 140,6 s benötigt.

Da er aber für diese Strecke 225 s benötigt hat, hat der durch das Bremsen und Beschleunigen 84,4 s verloren. Das Durchfahren der Baustelle kostet also von den 3 min Verspätung die restlichen 95,6 s.

Hätte der Zug die Baustelle ohne Abbremsen durchfahren können, wäre dabei die Zeit t_{norm} verstrichen. Durch das Abbremsen dauerte es aber t_{bau} . Und es gilt:

$$t_{\text{bau}} - t_{\text{norm}} = 95,6 \text{ s}$$

Weiterhin kann man schreiben:

$$s_b = v_{\text{norm}} \cdot t_{\text{norm}} = v_{\text{bau}} \cdot t_{\text{bau}}$$

Damit kann man zur Bestimmung einer der beiden unbekannten Zeiten Umstellen und Einsetzen:

$$t_{\text{norm}} = \frac{v_{\text{bau}} \cdot t_{\text{bau}}}{v_{\text{norm}}}$$

$$t_{\text{norm}} = \frac{v_{\text{bau}} \cdot 95,6 \text{ s} + t_{\text{norm}}}{v_{\text{norm}}}$$

$$t_{\text{norm}} = \frac{5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 95,6 \text{ s} + t_{\text{norm}}}{20 \frac{\text{m}}{\text{s}}}$$

$$t_{\text{norm}} = \frac{1}{4} \cdot 95,6 \text{ s} + t_{\text{norm}}$$

$$4 \cdot t_{\text{norm}} = 95,6 \text{ s} + t_{\text{norm}}$$

$$3 \cdot t_{\text{norm}} = 95,6 \text{ s}$$

$$t_{\text{norm}} = 31,9 \text{ s}$$

Damit kann nun endlich die Länge der Baustelle ausgerechnet werden:

$$s_b = v_{\text{norm}} \cdot t_{\text{norm}}$$

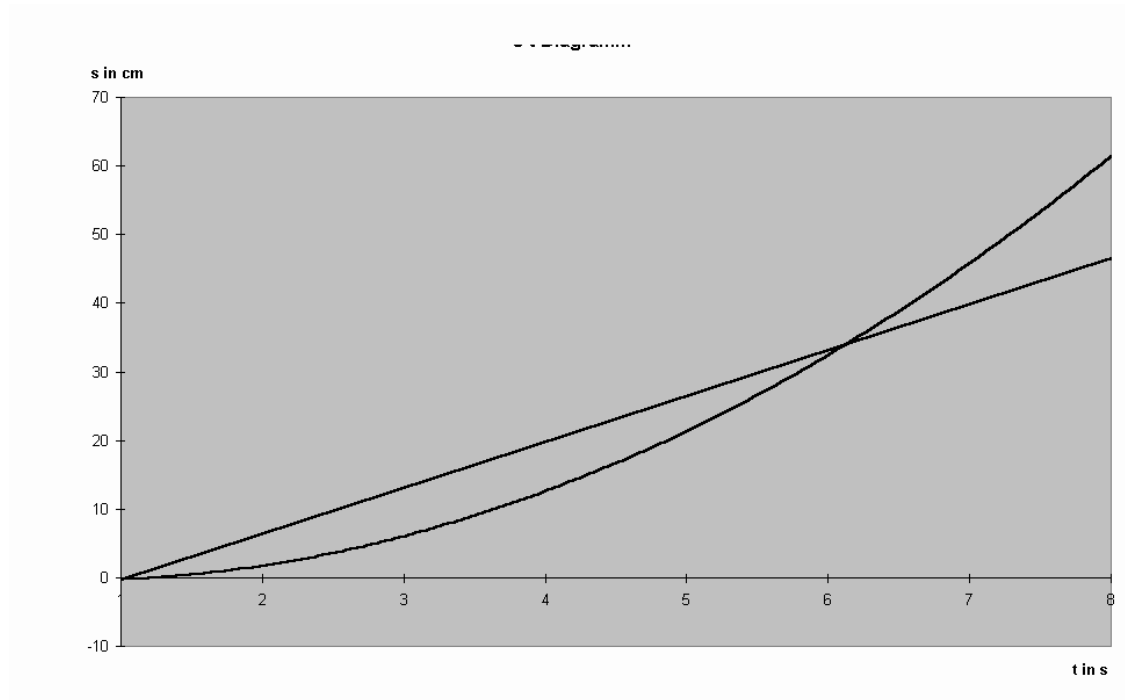
$$s_b = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 31,9 \text{ s}$$

$$s_b = 637,5 \text{ m}$$

Antwort: Die Baustelle ist 637,5 m lang.

3.

a)



b) Die erste Bewegung ist eine gleichförmige Bewegung.

t in s	0	1	2	3	4	5	6	7
s ₁ in cm	0	6	12,5	21	25	34	39	47
s/t	0	6	6,25	7	6,25	6,8	6,5	6,7

Begründung: Der Proportionalitätsfaktor s/t ist erkennbar.

Die zweite Bewegung sieht nach einer gleichmäßig beschleunigten Bewegung aus.

t in s	0	1	2	3	4	5	6	7
s ₂ in cm	0	3	7,5	14	20	30	44	64
s/t ²	0	3	1,88	1,55	1,25	1,2	1,2	1,3

Es ist kein Proportionalitätsfaktor s/t^2 erkennbar. Es ist keine gleichmäßig beschleunigte Bewegung.

c) Die gleichen Geschwindigkeit sind etwa nach 3,5 s erreicht. Begründung: Beide Kurven haben da etwa den gleichen Anstieg.

d) Der Überholvorgang findet nach 34 cm statt.

4.

geg.:

$$v_1 = 50 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

$$v_2 = 70 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

$$s = 32 \text{ m}$$

$$t_r = 1 \text{ s}$$

ges.:

$$v_x$$

Lösung:

Der Gesamtweg setzt sich aus zwei Wegen zusammen: dem Weg, der in der Schrecksekunde zurückgelegt (gleichförmige Bewegung) wird und dem eigentlichen Bremsweg (beschleunigte Bewegung).

$$s = s_g + s_b$$

Auto 1

$$v = \frac{s}{t}$$

$$s_{g1} = v_1 \cdot t$$

$$s_{g1} = 13,9 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 1 \text{ s}$$

$$s_{g1} = 13,9 \text{ m}$$

Auto2

$$s_{g2} = 19,4 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 1 \text{ s}$$

$$s_{g2} = 19,4 \text{ m}$$

Da in beiden Fällen das gleiche Auto betrachtet wird, ist die Bremsbeschleunigung auch gleich. Sie wird aus den Angaben der ersten Bremsung berechnet:

$$a = \frac{\Delta v}{t}$$

Die Zeit ergibt sich aus dem Weg-Zeit-Gesetz:

$$s = \frac{a}{2} \cdot t^2$$

$$t^2 = \frac{2s}{a}$$

Das wir in die erste Gleichung eingesetzt und a berechnet. Der Weg ist der Gesamtweg von 32 m minus dem Weg der Schrecksekunde 18,1 m.

$$a^2 = \frac{\Delta v^2 \cdot a}{2 \cdot s}$$

$$a = \frac{\Delta v^2}{2 \cdot s}$$

$$a = \frac{13,9^2 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}}{36,2 \text{ m}}$$

$$a = 5,3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Die Geschwindigkeit für die 2. Bremsung erhält man, wenn die Zeit bekannt ist, die bis zum

Erreichen des Hindernisses verstrichen ist.

$$s = \frac{a}{2} \cdot t^2 + v_0 \cdot t$$

s ist der noch vorhandene Weg bis zum Hindernis (12,6 m), v die Anfangsgeschwindigkeit (19,4 m/s) und a die Bremsbeschleunigung (-5,3 m/s²). Die Gleichung ist eine quadratische Gleichung und muss dem entsprechend behandelt werden:

$$0 = \frac{a}{2} \cdot t^2 + v_0 \cdot t - s$$

$$0 = t^2 + \frac{2 \cdot v_0}{a} \cdot t - \frac{2 \cdot s}{a}$$

$$t_{\frac{1}{2}} = - \frac{v_0}{a} \pm \sqrt{\left(\frac{v_0}{a}\right)^2 + \frac{2 \cdot s}{a}}$$

$$t_{\frac{1}{2}} = - \frac{19,4 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{-5,3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} \pm \sqrt{\left(\frac{19,4 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{-5,3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}\right)^2 + \frac{2 \cdot 12,6 \text{m}}{-5,3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}}$$

$$t_{\frac{1}{2}} = 3,66 \text{ s} \pm \sqrt{13,4 \text{ s}^2 - 4,75 \text{ s}^2}$$

$$t_{\frac{1}{2}} = 3,66 \text{ s} \pm 2,94 \text{ s}$$

$$t_1 = 0,72 \text{ s}$$

$$t_2 = 6,6 \text{ s}$$

Die zweite Zeit kommt nicht in Frage. Das Auto ist also nach 0,72 s am Hindernis. Welche Geschwindigkeit hat es da?

$$v = v_0 + a \cdot t$$

$$v = 19,4 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 5,3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0,72 \text{ s}$$

$$v = 15,6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v = 56 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

Das Auto hat am Hindernis eine Geschwindigkeit von 56 km/h!

5.

geg.:

$$v = 80 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 22,2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$s = 65 \text{m}$$

$$t_r = 0,8 \text{s}$$

$$a = - 6,0 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

ges.:

$$s_b$$

Lösung:

Der Bremsweg setzt sich aus zwei Teilen zusammen:

1. Der Weg, der während der Reaktionszeit gleichförmig zurückgelegt wird,
2. Der Weg, der während des Bremsvorganges bis zum Stillstand zurückgelegt wird.

$$s_b = s_1 + s_2$$

Reaktionsweg:

$$v = \frac{s}{t}$$

$$s_1 = v \cdot t_r$$

$$s_1 = 22,2 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 0,8 \text{s}$$

$$s_1 = 17,8 \text{m}$$

Weg während des Bremsens:

$$s_2 = \frac{a}{2} \cdot t^2$$

Die dazu benötigte Zeit ergibt sich aus

$$a = \frac{v}{t}$$

$$t = \frac{v}{a}$$

Damit wird:

$$s_2 = \frac{a}{2} \cdot \frac{v^2}{a^2}$$

$$s_2 = \frac{v^2}{2 \cdot a}$$

$$s_2 = \frac{22,2^2 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}}{2 \cdot 6,0 \frac{\text{m}}{\text{s}}}$$

$$s_2 = 41,1 \text{m}$$

Der Gesamtweg ist dann

$$s_b = s_1 + s_2$$

$$s_b = 17,8 \text{m} + 41,1 \text{m}$$

$$s_b = 58,9 \text{m}$$

und kürzer als der zur Verfügung stehende Weg. Das Auto kommt also rechtzeitig zum Stillstand.

Antwort: Das Auto kommt etwa 6 m vor dem Hindernis zum Stehen.