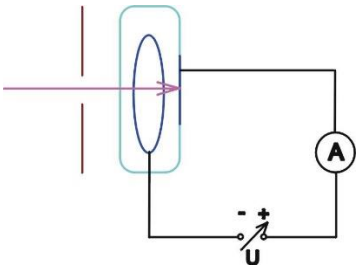
Aufgaben zum lichtelektrischen Effekt

312. (LK Sachsen 1994)
Mit Hilfe einer Vakuum-Photozelle kann man die maximale kinetische Energie der Photoelektronen beim äußeren lichtelektrischen Effekt messen.



a) Beschreiben Sie an dieser Versuchsanordnung die Gegenspannungsmethode.
Interpretieren Sie die Einstein'sche Gleichung
$h \cdot f = E_{kin} + W_A$

b) Zur Bestimmung von h wird die Photozelle nacheinander mit Licht zweier verschiedener Frequenzen bestrahlt und jeweils die Spannung gemessen, bei der der Strom den Wert 0 erreicht. Zeigen Sie, dass dann das Wirkungsquantum h mit der Gleichung

$$h = e \cdot \frac{U_1 - U_2}{f_1 - f_2}$$

berechnet werden kann.

c) Die Austrittsarbeit für ein bestimmtes Metall kann mit der gleichen Versuchsanordnung bestimmt werden. Dazu wird die Gleichung

$$W_A = e \cdot \frac{U_1 \cdot f_2 - U_2 \cdot f_1}{f_1 - f_2}$$

verwendet.
Zeigen Sie die Herleitung dieser Gleichung

d) Es wird nun das Experiment mit zwei unterschiedlichen Lichtquellen durchgeführt und die Spannungen bestimmt, bei denen der Strom jeweils 0 ist:

$\lambda_1 = 577{,}0\,\text{nm}$

$U_1 = 0{,}21\,\text{V}$

$\lambda_2 = 491{,}6\,\text{nm}$

$U_2 = 0{,}59\,\text{V}$

Berechnen Sie das Planck'sche Wirkungsquantum und die Austrittsarbeit.

313. (Baden-Württemberg 2010)
Das Licht einer Quecksilberdampflampe trifft senkrecht auf ein Gitter mit der Gitterkonstante $1{,}0 \cdot 10^{-6}\,\text{m}$. Das Spektrum der Lampe enthält Licht der Wellenlängen 546 nm, 436 nm und 405 nm (Linienspektrum).
Das gebeugte Licht fällt auf eine Fotozelle, die sich an einem drehbaren Arm in konstanter Entfernung auf einem Halbkreis um das Gitter bewegen kann. Das Kathodenmaterial der Fotozelle hat eine Ablöseenergie von 2,5 eV.
Unter welchen Winkeln des Arms gegen die ursprüngliche Lichtrichtung entsteht an der Fotozelle eine Spannung und wie hoch ist diese.
Erklären Sie vor der Berechnung der Spannungen, wie eine solche Fotospannung entsteht.

317. Eine Kaliumphotozelle wird zum Aufladen eines Kondensators der Kapazität 10 nF verwendet.
Die Bestrahlung der Photozelle mit rotem Licht der Wellenlänge 656 nm bewirkt keine Aufladung des Kondensators, auch wenn die Bestrahlungsstärke erhöht wird. Wird dagegen blaues Licht mit 434 nm verwendet, lädt sich der Kondensator merklich auf.
a) Erklären Sie diesen Sachverhalt. (Kalium hat eine Austrittsarbeit von 2,25 eV)
b) Zeigen Sie, dass beim Laden des Kondensators mit dem blauen Licht am Ende des Aufladevorgangs 6,1 nC auf dem Kondensator gespeichert sind.
c) Das blaue Licht trifft mit einer Leistung von 5,0 mW auf die Katode und erzeugt dadurch einen anfänglichen Ladestrom von 21 µA. Berechnen Sie damit das Verhältnis der auf die Katode auftreffenden Photonen und der dadurch herausgelösten Elektronen.

Lösungen
312.
a) Ein Photon hat die Energie
$E = h \cdot f$
Trifft so ein Lichtteilchen auf eine Metalloberfläche, gibt es seine gesamte Energie an ein Metallatom ab und ist dann weg.
Das Atom auf der Oberfläche, welches getroffen wurde, nimmt die Energie auf und muss damit irgendwas anfangen. Energie kann ja nicht vernichtet werden.
Es kann nun sein, dass ein Elektron aus dem Atom herausgelöst wird. Das passiert dann, wenn das Photon eine Energie hatte, die größer ist als die Arbeit, die notwendig ist, um das Elektron aus dem Atom herauszuholen. Ist seine Energie zu klein, ist es zu schwach, um das Elektron da rauszuholen.
Da das Photon komplett vernichtet wird, muss auch die gesamte Energie genutzt werden. Falls nach dem herausholen des Elektrons aus dem Atom noch was übrig ist, wird das Elektron damit beschleunigt.
Es wird also nicht einfach nur herausgehoben, es bekommt für seine weitere Reise auch noch Schwung mit.

Für die Formel bedeutet das: Die Energie des Photon wird aufgeteilt in die Austrittsarbeit und die kinetische Energie des Elektrons:
$E_{Ph} = E_{kin} + W_A$
$h \cdot f = E_{kin} + W_A$
Die kinetische Energie der Elektronen bestimmt man mit der Versuchsanordnung. Eine Gegenspannung bremst die heranfliegenden Elektronen ab. Damit erreichen nicht alle die am Minuspol angeschlossene Elektrode. Erhöht man die Spannung solange, bis der Strommesser nichts mehr anzeigt, ist die Energie des elektrischen Feldes, das die Spannung erzeugt, genau so groß wie die kinetische Energie der schnellsten Elektronen.

b) Wenn die Spannung jeweils so eingestellt wird, dass kein Strom mehr fließt, werden in beiden Fällen auch die schnellsten Elektronen abgebremst. Die kinetische Energie der Elektronen ist dann
$E_{kin} = e \cdot U$
Damit wird die Einstein'sche Gleichung zu
$h \cdot f = e \cdot U + W_A$
Da in beiden Fällen die Austrittsarbeit gleich ist (es ist ja das gleiche Metall!), kann die Gleichung nach der Austrittsarbeit umgestellt werden.
$W_A = h \cdot f - e \cdot U$
Für die beiden unterschiedlichen Frequenzen erhält man dann
$W_A = h \cdot f_1 - e \cdot U_1$
$W_A = h \cdot f_2 - e \cdot U_2$
Die beiden Gleichungen können gleichgesetzt und das Ganze nach h umgestellt werden:
$h \cdot f_1 - e \cdot U_1 = h \cdot f_2 - e \cdot U_2$
$h \cdot f_1 - h \cdot f_2 = e \cdot U_1 - e \cdot U_2$
$h \cdot (f_1 - f_2) = e \cdot (U_1 - U_2)$
$$h = e \cdot \frac{U_1 - U_2}{f_1 - f_2}$$

c) Wie in der Antwort zu b) gezeigt, gilt für eine Frequenz
$W_A = h \cdot f_1 - e \cdot U_1$
In diese Gleichung kann man h durch die Formel aus b) ersetzen:

$$W_A = e \cdot \frac{U_1 - U_2}{f_1 - f_2} \cdot f_1 - e \cdot U_1$$

Durch geschicktes Umstellen kommt man zur gewünschten Gleichung.

1. e ausklammern

$$W_A = e \cdot \frac{U_1 - U_2}{f_1 - f_2} \cdot f_1 - e \cdot U_1$$

$$W_A = e \cdot \left(\frac{U_1 - U_2}{f_1 - f_2} \cdot f_1 - U_1 \right)$$

2. Gleichnamig machen

$$W_A = e \cdot \left(\frac{U_1 - U_2}{f_1 - f_2} \cdot f_1 - \frac{U_1 \cdot (f_1 - f_2)}{f_1 - f_2} \right)$$

3. Ausmultiplizieren

$$W_A = e \cdot \left(\frac{U_1 \cdot f_1 - U_2 \cdot f_1}{f_1 - f_2} - \frac{U_1 \cdot f_1 - U_1 \cdot f_2}{f_1 - f_2} \right)$$

$$W_A = e \cdot \left(\frac{U_1 \cdot f_1 - U_2 \cdot f_1 - U_1 \cdot f_1 - U_1 \cdot f_2}{f_1 - f_2} \right)$$

4. Zusammenfassen

$$W_A = e \cdot \left(\frac{U_2 \cdot f_1 - U_1 \cdot f_2}{f_1 - f_2} \right)$$

$$W_A = e \cdot \left(\frac{U_1 \cdot f_2 - U_2 \cdot f_1}{f_1 - f_2} \right)$$

5. Fertig.

d)

Als erstes werden aus dem Wellenlängen die entsprechenden Frequenzen berechnet. Es gilt

$$f = \frac{c}{\lambda}$$

$$f_1 = \frac{3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}}{577{,}0 \cdot 10^{-9}\,m}$$

$$f_1 = 5{,}2 \cdot 10^{14}\,Hz$$

$$f_1 = 6{,}1 \cdot 10^{14}\,Hz$$

Daraus wird zuerst h berechnet:

$$h = 1{,}602 \cdot 10^{-19}\,C \cdot \frac{0{,}21V - 0{,}59\,V}{5{,}2 \cdot 10^{14}\,Hz - 6{,}1 \cdot 10^{14}\,Hz}$$

$$h = 6{,}76 \cdot 10^{-34} \frac{C \cdot V}{Hz}$$

Die Einheit sieht ungewöhnlich aus. Das Wirkungsquantum hat eigentlich die Einheit Js. Kann man diese Einheit erhalten?

$$1\frac{C \cdot V}{Hz} = 1\frac{A \cdot s \cdot V}{\frac{1}{s}} = 1A \cdot s \cdot V \cdot s = 1Ws \cdot s = 1J \cdot s$$

Passt!

Jetzt noch die Austrittsarbeit

$$W_A = 1{,}602 \cdot 10^{-19}\,\text{C} \cdot \left(\frac{0{,}21\,\text{V} \cdot 6{,}10 \cdot 10^{14}\,\text{Hz} - 0{,}59\,\text{V} \cdot 5{,}20 \cdot 10^{14}\,\text{Hz}}{5{,}20 \cdot 10^{14}\,\text{Hz} - 6{,}10 \cdot 10^{14}\,\text{Hz}} \right)$$

$$W_A = 3{,}18 \cdot 10^{-19}\,\text{J}$$

Das ist aber keine typische Einheit für die Austrittsarbeit. Sie wird eigentlich in eV angegeben. Diesen Wert erhält man, wenn man den Ausdruck in der Klammer berechnet:
$W_A = 2{,}0\,\text{eV}$

313.
Eine Fotozelle besteht aus einer Kathode (ein Blech oder eine aufgedampfte Metallschicht) und einer Anode (ein Drahtring oder ein Metallsieb, durch das das Licht hindurchgehen kann). Beides befindet sich in einem Glasbehälter, aus dem die Luft so weit wie möglich rausgesaugt wurde.
Fällt ein Lichtteilchen (Photon) durch die Anode auf die Kathode, wird das Photon beim Auftreffen komplett vernichtet und gibt seine Energie an das Metall ab.
Das Metall besteht aus Atomen, die mit ihren Elektronen Kontakt mit der Außenwelt haben. Also trifft das Photon auf so ein Elektron und übergibt ihm beim Sterben seine gesamte Energie.
Das Elektron ist an sein Metall durch eine bestimmte Energie gebunden, es klebt praktisch fest. Wenn das Photon über genügend Energie verfügt, wackelt es nicht nur am Elektron, sondern reist es aus seinem Metall heraus. Die dazu notwendige Arbeit heißt Austrittsarbeit und ist für ein Metall eine bestimmte, feste Größe.
Da das Photon immer seine gesamte Energie an das Elektron übergibt, kann es sein, dass nur ein Teil davon für die Austrittsarbeit verwendet wird. Der Rest wird vom Elektron dafür verwendet, um bit einer entsprechenden Geschwindigkeit vom Metall wegzufliegen.

Falls die Energie der Photonen für die Austrittsarbeit zu klein ist, erwärmt sich das Metall nur und es fliegen keine Elektronen heraus.

Die Austrittsarbeit des Metalls der Fotozelle liegt bei 2,5 eV. Welche der drei Frequenzen kann denn überhaupt ein Elektron aus dem Metall reißen?
Dazu muss aus der gegebenen Wellenlänge des Lichtes die Energie des Photon in eV bestimmt werden.
Es gilt für die Photonenenergie
$E = h \cdot f$

$$E = h \cdot \frac{c}{\lambda}$$

Damit erhält man die Energie in Joule. Für die Energie in eV muss man diesen Wert noch durch die Elementarladung teilen. Für die 546 nm heißt das:

$$E = 6{,}63 \cdot 10^{-34}\,\text{Js} \cdot \frac{2{,}998 \cdot 10^{8}\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{546 \cdot 10^{-9}\,\text{m}}$$

$$E = 3{,}64 \cdot 10^{-19}\,\text{J}$$

$$E = 2{,}27\,\text{eV}$$

Das heißt aber, dass die Energie dieses Photon nicht mal ausreicht, um ein Elektron aus dem Metall zu lösen.
Dieses energiearme Photon braucht nicht mehr beachtet werden.
Für die beiden anderen Wellenlängen erhält man
$436\,\text{nm} \rightarrow 2{,}85\,\text{eV}$

$405\,\text{nm} \rightarrow 3{,}07\,\text{eV}$

Beide haben genug Energie, um Elektronen aus diesem Metall zu lösen. Dann bleibt immer noch was übrig, um den Elektronen einen Schwung zu verleihen.

Die Spannung, die dann an der Fotozelle entsteht, ergibt sich aus der Restenergie, mit der die Elektronen wegfliegen. Das Elektron, was durch das 436 mn-Photon herausgelöst wurde, hat eine Restenergie von 2,85 eV- 2,5 eV = 0,35 eV.
Damit erzeugt es zwischen Kathode und Anode eine Spannung von 0,35 V.
Das 436-nm-Photon schafft sogar 0,57 V.

In welcher Stellung der Fotozelle misst man nun welche Spannung?
In der Nullstellung, also direkt hinter dem Gitter, treffen alle Photonen ungebeugt auf. Jedes erzeugt seine Spannung, aber die 0,57 V ist natürlich die Spannung, die man misst.

Bewegt man die Fotozelle nun nach einer Seite, trifft man die Interferenzmaxima der einzelnen Lichtfarben. Da jede Farbe, also jede Wellenlänge an einer anderen Stelle ein Maximum bildet, erhält man mehrere Spannungswerte.

Der Winkel für ein Maximum berechnet sich mit

$$\sin\alpha = \frac{k \cdot \lambda}{g}$$

k ist die Nummer des Maximums und beginnt bei 1.
Für die Wellenlänge von 436 nm erhält man:

$$\sin\alpha = \frac{1 \cdot 436 \cdot 10^{-9}\,\mathrm{m}}{1{,}0 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{m}}$$

$$\alpha = 25{,}8°$$

Für k=2 erhält an einen Winkel von 60,7°. Setzt man k=3, lässt sich der Winkel nicht mehr berechnen.
Für die Wellenlänge von 405 nm erhält man die Winkel 23,9° und 54,1°. Ein Maximum 3. Ordnung tritt auch hier nicht mehr auf.

317.
a) Wenn das rote Licht keine Ladungen aus dem Metall herauslösen kann, wird die Energie der Photonen nicht groß genug sein. Die Energie der Photonen muss dafür mindestens so groß sein wie die Austrittsarbeit für dieses Metall.
Um das nachzuweisen, kann man die Grenzwellenlänge für Kalium berechnen und mit den Wellenlängen des Lichtes vergleichen.
Die Energie eines Photons ist

$$E = h \cdot f$$

Zwischen der Frequenz des Lichtes und der Wellenlänge besteht der Zusammenhang

$$c = \lambda \cdot f$$

Damit erhält man durch Einsetzen und Umstellen die Gleichung

$$\lambda = \frac{h \cdot c}{E}$$

Die notwendige Energie E entspricht genau der Austrittsarbeit, die vor dem Einsetzen aber noch in Einheit Joule umgerechnet werden muss:

$$2{,}25\,\mathrm{eV} = 3{,}60 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{J}$$

Damit kann die Wellenlänge berechnet werden:

$$\lambda = \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34}\,\mathrm{J \cdot s} \cdot 2{,}998 \cdot 10^{8}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{3{,}60 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{J}}$$

$$\lambda = 5{,}52 \cdot 10^{-7}\,\mathrm{m}$$

$$\lambda = 552\,\mathrm{nm}$$

Das bedeutet, dass Licht mit einer kleineren Wellenlänge als die berechneten 552 nm aus dem Metall Elektronen herauslösen kann.

Da die Energieübertragung gequantelt, also portionsweise erfolgt, bringt eine Erhöhung der Beleuchtungsstärke auch nichts. Wenn ein Photon zu schwach ist, ein Elektron herauszulösen, helfen bei diesem Vorgang auch nicht mehr Photonen.

b) Die Ladungen, die sich auf einem Kondensator befinden, hängen von der Kapazität des Kondensators und der Spannung ab, mit der der Kondensator geladen wird.

$$C = \frac{Q}{U}$$

$$Q = C \cdot U$$

Die Kapazität des Kondensators ist gegeben.
Die Spannung ergibt sich aus der kinetischen Energie der herausgelösten Elektronen.
Trifft ein Photon auf das Metall, löst es mit einem Teil seiner Energie das Elektron aus dem Metall heraus. Die restliche Energie bekommt das Elektron als kinetische Energie mit.
Diesen Zusammenhang beschreibt die Einsteingleichung:

$$E_{kin} = h \cdot f - W_A$$

Die kinetische Energie der freigesetzten Elektronen ist die Energie der Photonen minus der beim Freisetzen aufgewendeten Arbeit.
Die kinetische Energie der Elektronen kann auch mit

$$E_{kin} = e \cdot U$$

angegeben werden. Die Spannung U ist die Spannung, die die Elektronen mit dieser Energie überwinden können. Wenn sie z.B. eine Energie von 2 eV haben, können sie eine Spannung von 2 V überwinden.
Wenn die Elektronen den Kondensator aufladen, bauen sie zwischen den Platten ein elektrisches Feld auf. Dieses Feld müssen weiter dazukommende Elektronen erst überwinden, um auf die Platten zu gelangen.

Vor der Berechnung wird die Wellenlänge des Lichtes noch in die Frequenz umgerechnet:

$$c = \lambda \cdot f$$

$$f = \frac{c}{\lambda}$$

$$f = \frac{2{,}998 \cdot 10^{8} \frac{m}{s}}{434 \cdot 10^{-9}\,m}$$

$$f = 6{,}91 \cdot 10^{14}\,Hz$$

Wie viele Ladungen schaffen es nun auf den Kondensator?

$$Q = C \cdot U$$

$$Q = C \cdot \frac{E_{kin}}{e}$$

$$Q = C \cdot \frac{h \cdot f - W_A}{e}$$

$$Q = 10 \cdot 10^{-9}\,F \cdot \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34}\,J \cdot s \cdot 6{,}91 \cdot 10^{14}\,Hz - 3{,}60 \cdot 10^{-19}\,J}{1{,}602 \cdot 10^{-19}\,C}$$

$$Q = 6{,}1 \cdot 10^{-9}\,C$$

$$Q = 6{,}1\,nC$$

c)
Die angegebene Leistung von 5,0 mW gibt an, welche Energie in einer Sekunde auf die Katode fällt. Das wären demnach 5,0 mJ.
Die Energie eines Photons ist

$$E_{Ph} = h \cdot f$$

$$E_{Ph} = h \cdot \frac{c}{\lambda}$$

Damit lässt sich die Anzahl der je Sekunde auf die Katode fallenden Photonen bestimmen:

$$n_1 = \frac{E}{E_{Ph}}$$

$$n_1 = \frac{E \cdot \lambda}{h \cdot c}$$

Die Anzahl der Elektronen, die den Kondensator aufladen, kann man aus der gegebenen Stromstärke bestimmen. Die Stromstärke gibt an, wie viele Elektronen je Sekunde durch den Leiterquerschnitt fließen.

$$I = n_2 \cdot e$$

$$n_2 = \frac{I}{e}$$

Damit lässt sich das gesuchte Verhältnis angeben:

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{E \cdot \lambda \cdot e}{h \cdot c \cdot I}$$

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{5{,}0 \cdot 10^{-3}\,\text{J} \cdot 434 \cdot 10^{-9}\,\text{m} \cdot 1{,}60 \cdot 10^{-19}\,\text{C}}{6{,}63 \cdot 10^{-34}\,\text{J}\cdot\text{s} \cdot 2{,}998 \cdot 10^{8}\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 2{,}1 \cdot 10^{-5}\,\text{A}}$$

$$\frac{n_1}{n_2} = 83$$

Das bedeutet, dass nur etwa jedes 83. Photon ein Elektron herauslöst. Die anderen Photonen werden reflektiert oder absorbiert und tragen zur Erwärmung der Katode bei.