Aufgabe Elektronen im elektrischen Feld

Hinweis: Versuchen Sie zuerst, die Aufgabe nur mit Hilfe von Tafelwerk und Taschenrechner zu lösen!

388. In einem Oszilloskop werden die Elektronen zwischen Katode und Anode auf 5% der Lichtgeschwindigkeit beschleunigt. Zwischen zwei folgenden Ablenkplatten von 4,0 cm Länge liegt ein Feld mit 5000 V/m.
a) Mit welcher Spannung werden die Elektronen beschleunigt? Relativistische Effekt sollen nicht berücksichtigt werden.
b) Begründen sie, warum bei größeren Geschwindigkeiten relativistische Effekte berücksichtig werden müssen.
c) Um wie viel Millimeter werden die Elektronen zwischen den Ablenkplatten von ihrer ursprünglichen Richtung abgelenkt?

Lösung
a)

geg.:	$v = 0{,}05 \cdot c$ $\ell = 4{,}0 \cdot 10^{-2}\,\mathrm{m}$ $E = 5000\,\frac{V}{m}$	ges.:	U, y
Lösungen:	a) Die Elektronen erhalten auf der Beschleunigungsstrecke zwischen Katode und Anode kinetische Energie aus dem elektrischen Feld. Es wird also elektrische Feldenergie in kinetische Energie umgewandelt. $E_{el} = E_{kin}$ Die elektrische Energie ergibt sich aus der Arbeit, die das Feld leisten kann: $W = F \cdot s$ F ist die Kraft auf das Elektron und s der Weg zwischen Katode und Anode. Die Kraft erhält man aus der Definition der elektrischen Feldstärke: $E = \frac{F}{Q}$ $F = E \cdot Q$ Da das Feld im Kondensator homogen ist, kann man für die Feldstärke auch schreiben: $E = \frac{U}{d}$ Eingesetzt': $W = \frac{U \cdot Q \cdot s}{d}$ d und s sind gleich, da sie den Abstand zwischen Katode und Anode beschreiben. Q ist die Elementarladung e, da Elektronen beschleunigt werden. Damit ist die an den Elektronen verrichtete Arbeit einfach $W = U \cdot e$ Diese Arbeit führt zur kinetischen Energie am Ende der Beschleunigungsstrecke. Es lässt sich eine allgemeine Gleichung dafür angeben: $U \cdot e = \frac{m}{2} \cdot v^2$ Mit dieser Gleichung lässt sich die Spannung berechnen: $U = \frac{m}{2 \cdot e} \cdot v^2$ $U = \frac{9{,}11 \cdot 10^{-31}\,\mathrm{kg}}{2 \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}} \cdot \left(0{,}05 \cdot 299{,}8 \cdot 10^{6}\,\frac{m}{s}\right)$ $U = 639\,\mathrm{V}$		
Antwort:	Die Beschleunigungsspannung ist 639 V groß.		

b) Bei größer werdender Geschwindigkeit nimmt entsprechend der Relativitätstheorie die Masse der Elektronen zu. Damit lassen sich die Gleichungen nicht mehr so einfach verwenden.

c) Die Ablenkung ist eine gleichmäßig beschleunigte Bewegung, es gilt

$$s = \frac{a}{2} \cdot t^2$$

Die Beschleunigung ergibt sich aus dem Newtonschen Grundgesetz:

$$F = m \cdot a$$

$$a = \frac{F}{m}$$

Über die Kraft ist in Aufgabe a) schon eine Aussage gemacht worden:

$$F = E \cdot Q$$

und eingesetzt:

$$a = \frac{E \cdot Q}{m}$$

Damit kann man in die Gleichung für den Weg:

$$s = \frac{E \cdot e}{2 \cdot m} \cdot t^2$$

Die Zeit lässt sich über die Bewegung in x-Richtung beschreiben. Diese ist ja gleichförmig, so dass gilt:

$$t = \frac{x}{v}$$

Die Ablenkung berechnet sich dann mit

$$s = \frac{E \cdot e}{2 \cdot m} \cdot \frac{x^2}{v^2}$$

Eingesetzt und ausgerechnet:

$$s = \frac{5000 \frac{V}{m} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,C}{2 \cdot 9{,}11 \cdot 10^{-31}\,kg} \cdot \frac{\left(4{,}0 \cdot 10^{-2}\,m\right)^2}{\left(0{,}05 \cdot 299{,}8 \cdot 10^6 \frac{m}{s}\right)^2}$$

$$s = 3{,}1mm$$