Aufgaben zur gleichförmigen Bewegung

520. Ein Autofahrer möchte zu einem 10 km entfernten Ort gelangen und berechnet, dass er mit 80 km/h in 450 s=7,5 min in da ist. Leider fährt genau 3 min lang ein großer LKW vor ihm, so dass er nur mit 60 km/h vorwärts kommt.
Mit welcher Geschwindigkeit muss er den Rest der Strecke fahren, damit er die berechnete Zeit einhält?

49. Ein Radfahrer startet um 7.00 Uhr im Ort A und fährt mit der mittleren Geschwindigkeit 20 km/h auf dem Radweg entlang der Bundesstraße nach B. Um 9.00 Uhr fährt ein Auto von demselben Punkt in dieselbe Richtung ab. Es besitzt die mittlere Geschwindigkeit 80 km/h. Wann und nach welcher Strecke hat das Auto den Radfahrer eingeholt?

994. Bei einem Radrennen fährt das Hauptfeld mit einer Geschwindigkeit von 36 km/h. Einer der Favoriten hat durch einen Defekt einen Rückstand von 1 min. Er beginnt seine Aufholjagt und rast mit 42 km/h dem Hauptfeld hinterher.

a) Berechnen Sie, wie weit der Favorit zu Beginn der Aufholjagd hinter dem Hauptfeld zurück liegt.

b) Geben Sie die Ort-Zeit-Gesetze des Hauptfeldes und des Favoriten an. Wohin haben Sie den Koordinatenursprung gelegt?

c) Zeichen Sie entsprechend ihrer Ort-Zeit-Gesetze ein s(t)-Diagramm für die beiden Bewegungen.

d) Bestimmen Sie aus dem Diagramm

- den Ort, an dem der Favorit das Hauptfeld einholt.
- Die Zeit, die er dazu benötigt

e) Bestätigen Sie die beiden Ergebnisse aus d) durch eine Rechnung.

682. Eine junge Familie (Vater, Mutter, Baby im Wagen) machen einen langen Spaziergang. Auf dem Rückweg bekommt das Baby 1500 m vor dem Haus der Familie Hunger und ist nur durch ein Fläschchen zu beruhigen. Der Vater sprintet mit einer konstanten Geschwindigkeit von 11,0 km/h los, schnappt sich zu Hause ohne Pause das bereit stehende Fläschchen und rennt mit der gleichen Geschwindigkeit zurück. Die Mutter ist während dessen mit konstant 5,0 km/h weiter gelaufen. Wie lange muss das Baby nach dem Losrennen des Vaters schreien, bis es was zu trinken bekommt?

Lösungen

520.

geg.:	$s_{ges} = 10\,km$ $v_{ges} = 80\,\frac{km}{h}$ $t_{ges} = 450\,s$ $v_1 = 60\,\frac{km}{h}$	ges.:	v_2
Lösung:	1. Wie weit ist der Autofahrer mit der langsamen Geschwindigkeit gekommen? $v = \frac{s}{t}$ $s_1 = v_1 \cdot t_1$ $s_1 = 16{,}7\,\frac{m}{s} \cdot 180\,s$ $s_1 = 3\,km$ Damit verbleiben für die restlichen 7 km noch 4,5 min. Also weiter: $v = \frac{s}{t}$ $v = \frac{7 \cdot 10^3\,m}{270\,s}$ $v = 25{,}9\,\frac{m}{s}$ $v = 93{,}3\,\frac{km}{h}$		
Antwort:	Den Rest der Strecke muss er mit 93,3 km/h fahren, damit er pünktlich ist.		

49.

geg.:	$v_1 = 20\frac{km}{h}$ $v_2 = 80\frac{km}{h}$	ges.:	s, t

Lösung:	Wenn das Auto den Radfahrer eingeholt hat, haben beide Fahrzeuge die gleiche Strecke zurückgelegt. Es gilt also: $s_1 = s_2$ Die bis dahin benötigten Zeiten unterscheiden sich um 2 Stunden, die Zeit des Radfahrers ist 2 Stunden größer. $t_1 = t_2 + 2h$ Weiterhin gilt, da die Bewegungen als gleichförmig betrachtet werden,: $v = \frac{s}{t}$ Nach s umgestellt und in die erste Gleichung eingesetzt: $s = v \cdot t$ $v_1 \cdot t_1 = v_2 \cdot t_2$ Setzt man die 2. Gleichung noch ein, kann man eine der Fahrzeiten ausrechnen: $v_1 \cdot (t_2 + 2h) = v_2 \cdot t_2$ $v_1 \cdot t_2 + v_1 \cdot 2h = v_2 \cdot t_2$ $v_1 \cdot 2h = v_2 \cdot t_2 - v_1 \cdot t_2$ $v_1 \cdot 2h = t_2 \cdot (v_2 - v_1)$ $t_2 = \frac{v_1 \cdot 2h}{(v_2 - v_1)}$ $t_2 = \frac{2}{3}h$ Das Auto fährt 2/3 h. Das sind 40 min. Da er 9.00 Uhr losgefahren ist, erreicht er den Radfahrer um 9.40 Uhr. Er ist dabei $s = v \cdot t$ $s = 80\frac{km}{h} \cdot \frac{2}{3}h$ $s = 53{,}3\,km$ gefahren. Der Radfahrer ebenfalls: $s = v \cdot t$ $s = 20\frac{km}{h} \cdot 2\frac{2}{3}h$ $s = 53{,}3\,km$
Antwort:	Die beiden treffen sich um 9.40 Uhr nach 53,3 km.

994.

a)

Der Favorit bleibt beim Defekt stehen, seine Geschwindigkeit ist 0. Das Hauptfeld fährt 5 min einfach weiter. Wie weit kommt es mit der Geschwindigkeit in 5 min?

Bevor man losrechnet, werden die gegeben Größen in Grundeinheiten umgerechnet:

$$36\,\frac{km}{h} = 10\,\frac{m}{s}$$
$$1\,min = 60\,s$$

Nun kann der gesuchte Weg berechnet werde. Die Bewegung ist gleichförmig, die Geschwindigkeit des Hauptfeldes ändert sich nicht.

$$v = \frac{s}{t}$$
$$s = v \cdot t$$
$$s = 10\,\frac{m}{s} \cdot 60\,s$$
$$s = 600\,m$$
$$s = 0{,}6\,km$$

Das Hauptfeld liegt also 0,6 km im Vorsprung, wenn der Favorit weiterfahren kann.

b) Der Koordinatenursprung kann sowohl in das Hauptfeld als auch in den Favoriten gelegt werden. Wenn es im Hauptfeld liegt, gilt für dieses:

$$s_H = 10\,\frac{m}{s} \cdot t$$

Da der Favorit 600 m zurückliegt, muss dieser Wert in das Ort-Zeit-Gesetz mit einfließen. Bevor es aufgestellt wird, berechnet man die Favoritengeschwindigkeit in Grundeinheiten um:

$$42\,\frac{km}{h} = 11{,}7\,\frac{m}{s}$$

Nun das Gesetz:

$$s_F = 11{,}7\,\frac{m}{s} \cdot t - 600\,m$$

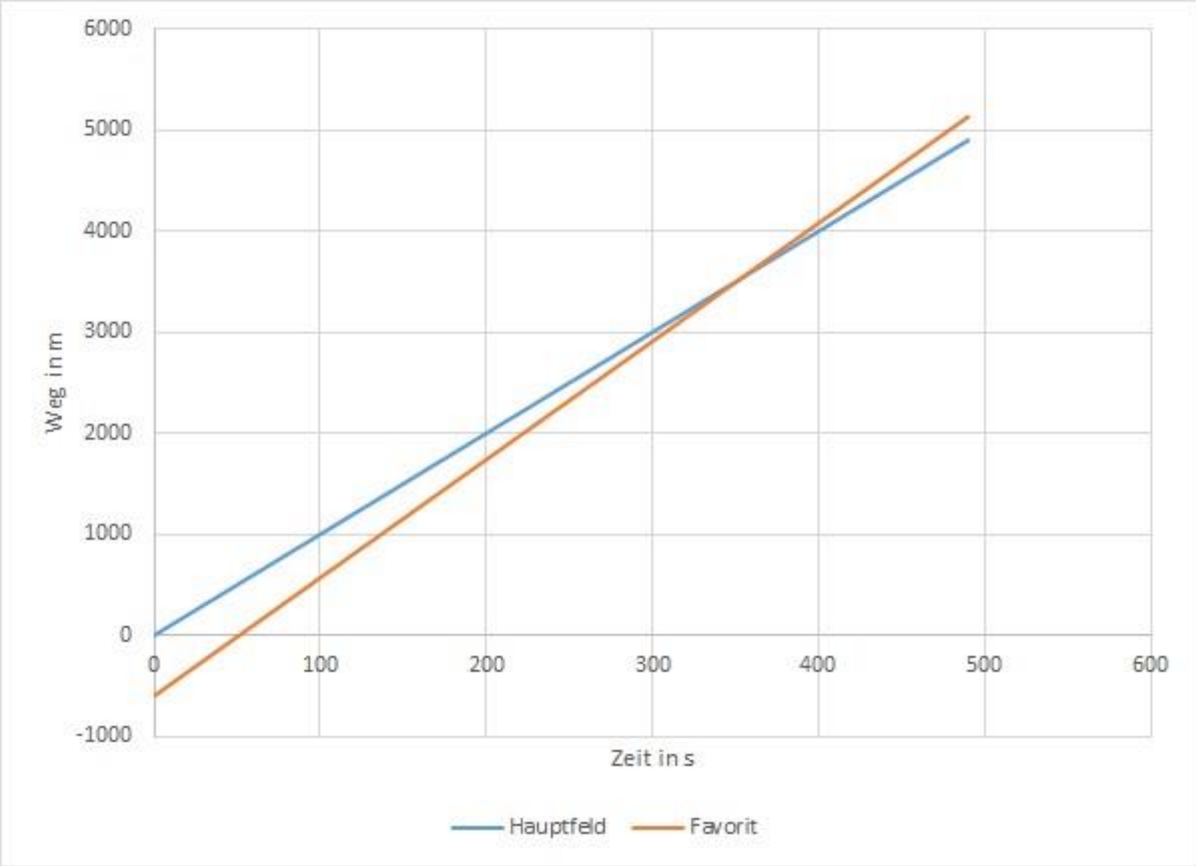
Liegt der Koordinatenursprung im Favoriten, gilt

$$s_H = 10\,\frac{m}{s} \cdot t + 600\,m$$

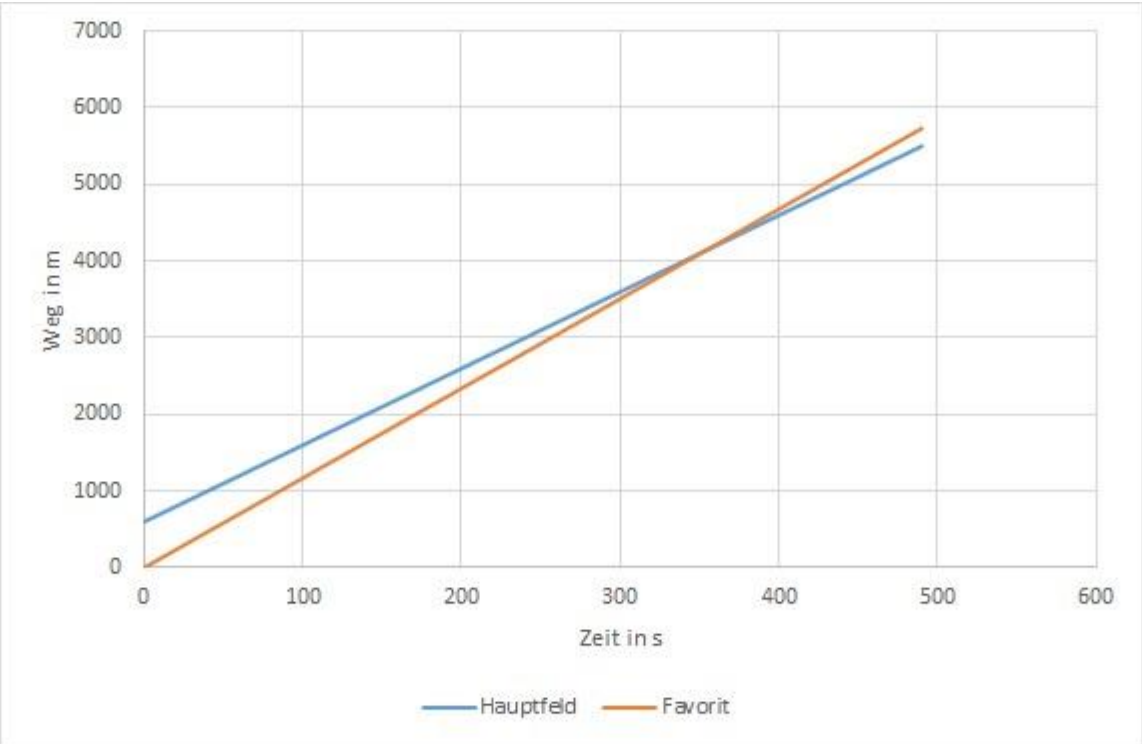
$$s_F = 11{,}7\,\frac{m}{s} \cdot t$$

c)

Das Diagramm für den ersten Fall sieht so aus:



Für den zweiten Fall dann so:



d) Der Punkt, an dem sich die beiden Kurven schneiden, ist der Einholpunkt.

Im ersten Diagramm erkennt man:

Das ist etwa 3500 m von Koordinatenursprung entfernt. Das heißt, das Hauptfeld fährt nach dem der Defekt bemerkt wurde, noch 3,5 km und wird dann vom Favoriten wieder eingeholt. Dafür ist das Hauptfeld 350 s gefahren. Das sind etwas weniger als 9 min.

Im zweiten Diagramm erkenn man:

Das ist etwa 4100 vom Koordinatenursprung entfernt. Das heißt, der Favorit fährt nach dem der Defekt bemerkt wurde, non 4,1 km und holt dann das Hauptfeld ein. Dafür ist er 350 s gefahren. Das sind etwas weniger als 9 min.

Die beiden Diagramme liefern die gleichen Ergebnisse!

e) Es muss überlegt werden, welche Besonderheit der Einholpunkt hat.

1. Nachdem der Favorit wieder losgefahren ist, sind er selber und das Hauptfeld die gleiche Zeit gefahren.

2. Der Favorit ist so weit gefahren wie das Hauptfeld und zusätzlich die Strecke, die er hinter dem Hauptfeld lag.

In Formeln umgesetzt heißt das:

1. $t_H = t_F$

2. $s_F = s_H + 600\,m$

Da beiden Bewegungen gleichförmig sind, gilt weiterhin

$$v_H = \frac{s_H}{t}$$

$$v_F = \frac{s_F}{t}$$

Die beiden Zeiten brauchen nicht extra unterschieden werden, da sie ja gleich sind.

Jetzt werden die Gleichungen so umgestellt und eingesetzt, dass die unbekannte Größe Zeit berechnet werden kann. Dazu werden als erstes in der Weggleichung die unbekannten Wege durch die Geschwindigkeiten ersetzt. Allgemein gilt:

$$s = v \cdot t$$

Damit erhält man

$$v_F \cdot t = v_H \cdot t + 600\,m$$

In dieser Gleichung ist nur noch die Zeit eine unbekannte Größe, nach der nun umgestellt werden kann:

$$v_F \cdot t - v_H \cdot t = 600\,m$$

$$t \cdot (v_F - v_H) = 600\,m$$

$$t = \frac{600\,m}{v_F - v_H}$$

$$t = \frac{600\,m}{11{,}7\,\frac{m}{s} - 10\,\frac{m}{s}}$$

$$t = \frac{600\,m}{1{,}7\,\frac{m}{s}}$$

$$t = 353\,s$$

Das entspricht der Zeit, die aus den Diagrammen bestimmt wurde.

Damit können auch die Wege berechnet werden:

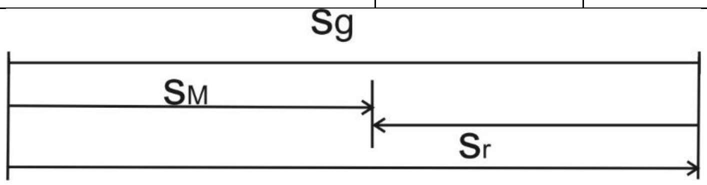
$$s_H = 10\,\frac{m}{s} \cdot 353\,s$$
$$s_H = 3530\,m$$
$$s_F = 11{,}7\,\frac{m}{s} \cdot 353\,s$$
$$s_F = 4130\,m$$

Auch die beiden Werte stimmen mit denen überein, die aus den Diagrammen bestimmt wurden.

682.

geg.:	$s_g = 1500\,m$ $v_V = 11{,}0\,\frac{km}{h}$ $v_M = 5{,}0\,\frac{km}{h}$	ges.:	t

Lösung:



In der gesuchten Zeit läuft die Mutter mit dem Kinderwagen die Strecke s_M. Der Vater muss in dieser Zeit den Gesamtweg s_g und den Weg zurück bis zum Treffpunkt s_r zurücklegen. Dieser Weg s_V ist der Gesamtweg minus dem Weg der Mutter s_M.

Es gilt also:

$$s_V = s_g + s_r$$
$$s_V = s_g + s_g - s_M$$
$$s_V = 2 \cdot s_g - s_M$$

Da er mit konstanter Geschwindigkeit läuft, kann man schreiben:

$$s_V = v_V \cdot t$$

und eingesetzt:

$$v_V \cdot t = 2 \cdot s_g - s_M$$

Der Weg der Mutter berechnet sich mit

$$s_M = v_M \cdot t$$

Das kann man auch einsetzen:

$$v_V \cdot t = 2 \cdot s_g - v_M \cdot t$$

und erhält eine Gleichung, in der nur noch die Zeit t als Unbekannte auftaucht. Die kann man nun ausrechnen:

$$v_V \cdot t = 2 \cdot s_g - v_M \cdot t$$
$$v_V \cdot t + v_M \cdot t = 2 \cdot s_g$$
$$t(v_V + v_M) = 2 \cdot s_g$$
$$t = \frac{2 \cdot s_g}{v_V + v_M}$$
$$t = \frac{3000\,m}{4{,}44\,\frac{m}{s}}$$
$$t = 675\,s$$

Schnell noch die Probe: Die Mutter läuft in dieser Zeit 937,5 m. Der Vater benötigt von dieser Zeit 491 s, um das Haus zu erreichen. Da er gleich wieder zurück läuft, bleiben 184 s übrig. In dieser Zeit schafft er 562 m. Addiert man dass zu dem Weg dazu, den die Mutter bisher gelaufen ist, erhält man etwa die 1500 m Gesamtweg.

Antwort:	Nach 675 s oder 11 min und 15 s bekommt das Baby endlich was zu trinken. Das nächste Mal nehmen die Eltern das Fläschchen gleich mit.