

Druck

Aufgaben

- 1.** Wie groß ist der Auflagedruck eines Würfels mit der Kantenlänge von 8 cm, der aus Holz gefertigt wurde ($\rho = 0,8 \text{ g/cm}^3$)?
- 2.** Ein frisches Ei wird mit einer Kraft von 10 N auf die Nadelspitze eines Eipickers ($A = 0,01 \text{ mm}^2$) gedrückt. Welcher Druck wirkt auf die Eierschale?
- 3.** Der Druck in einer Wasserleitung beträgt 500 kPa. Mit welcher Kraft muss man auf ein Loch mit 2 cm^2 drücken, um es zuzuhalten?
Zeige mit Hilfe der Gleichung für den Druck, wie sich diese Kraft verändert, wenn das Loch kleiner ist.
- 4.**
An einer hydraulischen Hebebühne beträgt die Fläche des Pumpenkolbens 5 cm^2 . Es wirkt eine Kraft von 200 N.
 - a) Wie schwer darf der zu hebende Körper und der Arbeitskolben zusammen höchstens sein, bei einer Fläche des Arbeitskolbens von 15 dm^2 .
 - b) Berechne den auftretenden Druck in Pa und bar.
- 5.** Mit einer hydraulischen Anlage soll ein Körper mit 60 kN Gewicht um 2 m angehoben werden. Die Fläche des kleinen Kolbens für die Pumpe beträgt 5 cm^2 , die des großen Kolbens für die Hebebühne 400 cm^2 .
 - a) Berechne den Druck in der Flüssigkeit.
 - b) Berechne die notwendige Kraft am Pumpenkolben.
 - c) Um welche Wegstrecke muss der Pumpenkolben bewegt werden?
 - d) Zeige an dieser hydraulischen Anlage, dass die *Goldene Regel der Mechanik* gilt.

Lösungen

1.

geg.:	$\ell = 8 \text{ cm}$ $\rho = 0,8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$	ges.:	p
Lösung:	<p>Der Druck ist $p = \frac{F}{A}$ Die Kraft ist die Gewichtskraft und die Fläche eine der Seitenflächen des Würfels.</p> <p>Gewichtskraft: $F = m \cdot g$</p> <p>Die Masse erhält man über die Dichte und das Volumen: $\rho = \frac{m}{V}$ $m = \rho \cdot V$</p> <p>und das Volumen des Würfels über die Kantenlänge: $V = \ell^3$</p> <p>Damit wird dann die Masse: $m = \rho \cdot \ell^3$</p> <p>Fläche: $A = \ell^2$</p> <p>Damit lässt sich nun der Druck berechnen: $p = \frac{\rho \cdot \ell^3 \cdot g}{\ell^2}$ $p = \rho \cdot \ell \cdot g$ $p = 0,8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \cdot 8 \text{ cm} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$</p> <p>Bevor gerechnet werden kann, müssen die Einheiten umgerechnet werden. $p = 800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 8 \cdot 10^{-2} \text{ m} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ $p = 628 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{m}^3 \cdot \text{s}^2}$ $p = 628 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2 \cdot \text{m}^2}$ $p = 628 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$ $p = 628 \text{ Pa}$</p>		
Antwort:	Der Auflagedruck des Holzwürfels ist 628 Pa.		

2.

geg.:	$F=10\text{ N}$ $A=0,01 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$	ges.:	p
Lösung:	$p = \frac{F}{A}$ $p = \frac{10\text{ N}}{0,01 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2}$ $p = 1000 \text{ MPa}$		
Antwort:	Unter der Nadel des Epickers wirkt ein Druck von 1000 MPa.		

3.

geg.:	$p=500 \cdot 10^3 \text{ Pa}$ $A=2\text{ cm}^2$	ges.:	F
Lösung:	<p>Es gilt die Gleichung</p> $p = \frac{F}{A}$ $F = p \cdot A$ <p>Vor dem Einsetzen muss die Fläche in Quadratmeter umgerechnet werden. Allgemein gilt: $1\text{ cm}^2 = 1 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$</p> <p>Damit sind $2\text{ cm}^2 = 2 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$</p> <p>Jetzt kann eingesetzt werden: $F = 500 \cdot 10^3 \text{ Pa} \cdot 2 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$</p> $F = 500 \cdot 10^3 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \cdot 2 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$ $F = 100 \text{ N}$ <p>Das ist so viel Kraft, wie man zum Heben eines vollen Wassereimers benötigt.</p> <p>In der Wasserleitung ist auch bei Verkleinerung des Loches immer noch der gleiche Druck. Also ist $p=\text{konstant}$.</p> <p>Damit ist zwischen der Kraft und der Fläche des Loches eine direkte Proportionalität: $F \sim A$</p> <p>Wird das Loch kleiner, wird auch die Kraft kleiner, die man braucht, um das Loch zu halten. Ein kleines Loch lässt sich leichter zuhalten als ein großes Loch.</p>		
Antwort:	Zum Zuhalten des Loches in der Wasserleitung ist eine Kraft von 100 N notwendig		

4.

geg.:	$A_1 = 5 \text{ cm}^2$ $F_1 = 200 \text{ N}$ $A_2 = 15 \text{ dm}^2 = 1500 \text{ cm}^2$	ges.:	F_2
Lösung:	<p>a) Eine hydraulische Anlage sind zwei verbundene Kolben, die eine unterschiedliche Fläche haben. Der Druck in beiden Kolben ist gleich.</p> $p_1 = p_2$ $\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$ $F_1 \cdot A_2 = F_2 \cdot A_1$ $F_2 = \frac{F_1 \cdot A_2}{A_1}$ $F_2 = \frac{200 \text{ N} \cdot 1500 \text{ cm}^2}{5 \text{ cm}^2}$ $F_2 = 60000 \text{ N}$ $F_2 = 60 \text{ kN}$ <p>b)</p> $p = \frac{F_1}{A_1}$ $p = \frac{200 \text{ N}}{5 \text{ cm}^2}$ $p = \frac{200 \text{ N}}{5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2}$ $p = 400000 \text{ Pa}$ $p = 400 \text{ kPa}$ $p = 4 \text{ bar}$		
Antwort:	<p>Die Hebebühne kann Gewichte bis 60 kN heben. Das entspricht einer Masse von 6 t. Der Druck in der Anlage beträgt 400 kPa oder 4 bar.</p>		

5.

geg.:	$F_2 = 60 \text{ kN}$ $s_2 = 2 \text{ m}$ $A_2 = 400 \text{ cm}^2$ $A_1 = 5 \text{ cm}^2$	ges.:	a)p b) F_1 c) s_1
Lösung:	<p>a) Die Zuordnung der Größen zu den Formelzeichen erfolgt so, dass der kleine Kolben der Pumpkolben 1 und der große der Arbeitskolben 2 ist. Der Arbeitskolben soll das Gewicht anheben. In beiden Kolben ist der Druck gleich:</p> $p = \frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$ $p = \frac{60 \cdot 10^3 \text{ N}}{400 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2}$ $p = 1,5 \cdot 10^6 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$ $p = 1,5 \text{ MPa}$ <p>b) Aus der Druckgleichheit an beiden Kolben ergibt sich:</p> $p_1 = p_2$ $\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$ $F_1 = \frac{F_2}{A_2} \cdot A_1$ $F_1 = \frac{60 \cdot 10^3 \text{ N}}{400 \text{ cm}^2} \cdot 5 \text{ cm}^2$ $F_1 = 750 \text{ N}$ <p>c) An der hydraulischen Anlage verhalten sich die Wege umgekehrt wie die Kräfte:</p> $\frac{s_1}{s_2} = \frac{F_2}{F_1}$ $s_1 = \frac{F_2}{F_1} \cdot s_2$ $s_1 = \frac{60 \cdot 10^3 \text{ N}}{750 \text{ N}} \cdot 2 \text{ m}$ $s_1 = 160 \text{ m}$		

	<p>d) Goldene Regel der Mechanik: Was man an einer kraftumformenden Einrichtung an Kraft einspart, muss man an Weg zusetzen. Oder: Mit einer kraftumformenden Einrichtung kann keine Arbeit eingespart werden. Für die hydraulische Anlage bedeutet das, dass die Arbeit am Arbeitskolben und am Pumpenkolben gleich sind. Nachweis:</p> $W_1 = W_2$ $F_1 \cdot s_1 = F_2 \cdot s_2$ $750 \text{ N} \cdot 160 \text{ m} = 60 \cdot 10^3 \text{ N} \cdot 2 \text{ m}$ $120000 \text{ Nm} = 120000 \text{ Nm}$ <p>Die verrichtete Arbeit ist auf beiden Seiten gleich. Hinweis: Die Lösung von Aufgabe c) setzt die Gleichheit der Arbeiten bereits voraus.</p>
Antwort:	<p>a) In der hydraulischen Anlage herrscht ein Druck von 1,5 MPa. b) Am Pumpenkolben sind 750 N notwendig, um am Arbeitskolben 60 kN zu heben. c) Um den Pumpenkolben 2 m zu heben, muss sich der Arbeitskolben um 160 senken. Da das technisch sinnlos wäre, wird der lange Weg über mehrere kurze Wege realisiert. Ein Ventil verhindert das Rückfließen des Öls.</p>