Lösungen

1.

geg.:	$m = 200\,g$ $A = 30\,cm³$ $h_B = 10\,cm$ $\rho_W = 1\frac{g}{cm^3}$	ges.:	h
Lösung:	a) Der Becher schwimmt im Wasser, wenn der Auftrieb genau so groß ist wie das Gewicht des Bechers. $F_A = F_G$ Beide Kräfte lassen sich anders schreiben: $\rho_W \cdot V \cdot g = m \cdot g$ $\rho_W \cdot V = m$ Das Volumen ist der Teil des Bechers, der unter Wasser ist. Allgemein ist das Volumen Grundfläche mal Höhe: $\rho_W \cdot V = m$ $\rho_W \cdot A \cdot h = m$ $h = \frac{m}{\rho_W \cdot A}$ $h = \frac{200\,g}{1\frac{g}{cm^3} \cdot 30\,cm^2}$ $h = \frac{200}{1\frac{1}{cm} \cdot 30}$ $h = 6{,}7\,cm$		

	b) Der Becher geht dann unter, wenn die Eintauchtiefe genau der Höhe des Bechers entspricht. Der Auftrieb ist dann so groß wie das Gewicht des Wassers, was der gesamte Becher verdrängt. Das Volumen des Bechers ist $V = A \cdot h_B$ $V = 30\,cm^3 \cdot 10\,cm$ $V = 300\,cm^3$ Der Becher verdrängt maximal 300 cm³ Wasser, was eine Masse von 300 g hat. Der dabei entstehende Auftrieb ist so groß wie die maximale Gewichtskraft des Bechers mit Sand. $F_A = F_{GB} + F_{GS}$ $\rho_W \cdot V \cdot g = m_B \cdot g + m_S \cdot g$ $\rho_W \cdot V = m_B + m_S$ $m_S = \rho_W \cdot V - m_B$ $m_S = 1\frac{g}{cm^3} \cdot 300\,cm^3 - 200\,g$ $m_S = 100\,g$ In den Becher passen noch 100 g Sand. Mit der gegeben Dichte kann kam ein Volumen von $\rho_S = \frac{m}{V}$ $V = \frac{m}{\rho_S}$ $V = \frac{100\,g}{1{,}5\frac{g}{cm^3}}$ $V = 66{,}7\,cm^3$
Antwort:	Der leere Becher taucht 6,7 cm ein. In den Becher passen noch 66,7 cm³ Sand bis er untergeht.

2.

geg.:	$F_1 = 0{,}54\,N$ $F_2 = 0{,}34\,N$ $\rho_W = 1\frac{g}{cm^3}$	ges.:	ρ_K
Lösung:	Der Körper spürt beim Eintauchen in das Wasser einen Auftrieb, also eine nach oben gerichtete Kraft. Diese macht ihn scheinbar leichter. Nach Archimedis ist der Auftrieb genau so groß wie die Gewichtskraft der Flüssigkeit, die der Körper beim Eintauchen verdrängt. Um die Dichte des Körpers zu berechnen, braucht man seine Masse und sein Volumen, denn es gilt: $\rho = \frac{m}{V}$ Die Masse erhält man aus dem Gewicht des Körpers bevor er getaucht wird. $F = m \cdot g$ $m_K = \frac{F_1}{g}$ Die Dichtegleichung heißt dann $\rho_K = \frac{F_1}{V_K \cdot g}$ Das Volumen kann man aus dem Auftrieb berechnen. Der Körper wird beim Eintauchen um 0,2 N leichter. Das ist auch das Gewicht des Wassers, das er verdrängt. Da der Körper genau so viel Wasser verdrängt wie sein eigens Volumen groß ist, muss man das Volumen des Wassers berechnen, das jene 0,2 N schwer ist. Dazu lässt sich die eben umgestellte Gleichung noch mal verwenden: $\rho_W = \frac{F_w}{V_W \cdot g}$ $V_W = \frac{F_w}{\rho_W \cdot g} = V_K$ Damit kennt man das Volumen des Körpers. $\rho_K = \frac{F_1 \cdot \rho_W \cdot g}{F_w \cdot g}$ $\rho_K = \frac{F_1 \cdot \rho_W}{F_w}$ $\rho_K = \frac{0{,}54\,N \cdot 1\frac{g}{cm^3}}{0{,}2\,N}$ $\rho_K = 2{,}7\frac{g}{cm^3}$		
Antwort:	Der Körper hat eine Dichte von 2,7 g/cm³. Das könnte Aluminium sein.		

3. Der Rettungsring kann soviel tragen, wie das Wasser wiegt, was er selber verdrängt. Im maximalen Fall ist das Volumen des verdrängten Wassers so groß wie das Volumen des Ringes. Das Volumen des Rings lässt sich mit

$$\rho = \frac{m}{V}$$

$$V = \frac{m}{\rho}$$

berechnen.
Eingesetzt ergibt das

$$V = \frac{3{,}5\,\mathrm{kg}}{0{,}25\,\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3}}$$

$$V = \frac{3500\,\mathrm{g}}{0{,}25\,\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3}}$$

$$V = 14\,000\,\mathrm{cm}^3$$

$$V = 14\,\ell$$

Der Rettungsring verdrängt also 14 Liter Wasser, die eine Masse von 14 kg haben. Das entspricht einer Gewichtskraft von

$$F_G = m \cdot g$$

$$F_G = 14\,\mathrm{kg} \cdot 9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

$$F_G = 137{,}3\,\mathrm{N}$$

Diese Gewichtskraft kann der Ring tragen. Davon muss noch seine eigene Gewichtskraft von 34,3 N abgezogen werden, so dass er insgesamt 103 N tragen kann.
Das entspricht einer Masse von etwa 10,5 kg.
Auf den ersten Blick ein sinnloses Ergebnis, denn ein Rettungsring muss einen Menschen mit z.B. 80 kg tragen können. Der Mensch wiegt im Wasser aber fast nichts, so dass der Ring ihn problemlos über Wasser halten kann.

4.

geg.:

$\rho_{MW} = 1{,}03 \frac{g}{cm^3}$

$\rho_{HW} = 1{,}00 \frac{g}{cm^3}$

$m_{Last} = 600 \cdot 10^3\ kg$

ges.: m_{schiff}

Lösung: Vereinfachung: An Stelle der Gewichtskraft wird die Masse verwendet.
Ein Schiff schwimmt, wenn die Masse des verdrängten Wassers (entspricht der Eintauchtiefe) gleich der Masse des Schiffes ist. Es taucht immer so tief ein, bis dieser Gleichgewichtszustand hergestellt ist. Da die Dichte von Salzwasser größer ist als die Dichte von Süßwasser (Hafenwasser), wiegt das gleiche Volumen Salzwasser auch mehr als Süßwasser und das Schiff taucht nicht so tief ein.

Fährt das Schiff in den Hafen, muss es mehr Wasser als im Meer verdrängen, denn die Masse des Schiffes ändert sich ja nicht.
Es gelten folgende Gleichungen:
1. Salzwasser, Schiff beladen:
Masse des Schiffes + Masse der Last = Masse des verdrängten Salzwassers
2. Süßwasser, Schiff entladen:
Masse des Schiffes = Masse des verdrängten Süßwassers
3. Volumen des verdrängten Salzwassers vor dem Entladen = Volumen des verdrängten Süßwassers nach dem Entladen

1.

$$m_{Schiff} + m_{Last} = m_{MW}$$

$$m_{Schiff} + m_{Last} = \rho_{MW} \cdot V$$

2.

$$m_{Schiff} = m_{HW}$$

$$m_{Schiff} = \rho_{HW} \cdot V$$

In den beiden Gleichungen treten das Volumen und die Masse des Schiffes als unbekannte Größen auf. Da das Volumen in beiden Fällen gleich ist, stellt man beide Gleichungen nach V um, setzt sie gleich und berechnet die Masse des Schiffs.

$$\frac{m_{Schiff} + m_{Last}}{\rho_{MW}} = \frac{m_{Schiff}}{\rho_{HW}}$$

$$m_{Schiff} + m_{Last} \cdot \rho_{HW} = m_{Schiff} \cdot \rho_{MW}$$

$$m_{Schiff} \cdot \rho_{HW} + m_{Last} \cdot \rho_{HW} = m_{Schiff} \cdot \rho_{MW}$$

$$m_{Last} \cdot \rho_{HW} = m_{Schiff} \cdot \rho_{MW} - m_{Schiff} \cdot \rho_{HW}$$

$$m_{Last} \cdot \rho_{HW} = m_{Schiff} \cdot \left(\rho_{MW} - \rho_{HW}\right)$$

$$\frac{m_{Last} \cdot \rho_{HW}}{\left(\rho_{MW} - \rho_{HW}\right)} = m_{Schiff}$$

$$\frac{600\,t \cdot 1{,}00 \frac{g}{cm^3}}{\left(1{,}03 \frac{g}{cm^3} - 1{,}00 \frac{g}{cm^3}\right)} = m_{Schiff}$$

$$m_{Schiff} = 20000\,t$$

Antwort: Das Schiff hat eine Masse von 20000t.

5.
Das Volumen des Ziegelsteines beträgt 2016 cm³ -> Masse des verdrängten Wassers = 2,016 kg -> Gewicht des verdrängten Wassers ($g = 10\ m/s^2$) = 20,16 N = Auftrieb
Gewicht des Ziegelsteines = 28,2 N
Kraft = Gewicht – Auftrieb = 8,04 N
Das ist deutlich weniger als die Gewichtskraft des Steines an der Luft.